

# 基坑土钉支护的三维快速拉格朗日元法分析

丁勇春<sup>1,2</sup>, 钱玉林<sup>1\*</sup>, 王建华<sup>2</sup>

(1. 扬州大学 建筑科学与工程学院, 江苏 扬州 225009; 2. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200030)

**摘要:** 首先介绍了三维快速拉格朗日元法的基本原理及其特点, 然后运用三维快速拉格朗日元法程序 FLAC<sup>3D</sup>, 对一实际基坑工程开挖与土钉支护的变形性状进行分析, 并将计算结果与实测数据进行对比, 分析误差产生的原因, 得出了一些有益结论, 同时也验证了三维快速拉格朗日元法的可靠性和广泛应用性

**关键词:** 基坑; 土钉支护; 数值模拟; 三维快速拉格朗日元法

中图分类号: TU 470.3

文献标识码: A

文章编号: 1007-824X(2005)04-0065-05

三维快速拉格朗日元法是一种基于三维显式有限差分法的数值分析方法<sup>[1]</sup>, 它可以模拟岩土或其他材料的三维力学行为, 将计算区域划分为若干六面体单元, 每个单元在给定的边界条件下遵循指定的线性或非线性本构关系, 如果单元应力使得材料屈服或产生塑性流动, 则单元网格可以随着材料的变形而变形, 这种算法非常适用于模拟大变形问题。该法采用了显式有限差分格式来求解场的控制微分方程, 并应用了混合单元离散模型<sup>[2]</sup>, 可以准确地模拟材料的屈服、塑性流动、软化直至大变形, 尤其在材料的弹塑性分析、大变形分析以及模拟施工过程等方面有其独到的优势, 并在工程实践中得到了广泛应用<sup>[3-9]</sup>。鉴于此, 本文介绍了三维快速拉格朗日元法的基本原理, 并应用美国 Itasca Consulting Group Inc 开发的三维快速拉格朗日元法程序 FLAC<sup>3D</sup>, 对一土钉支护基坑的稳定性与变形性状进行分析, 得出了一些有益结论, 可供工程设计参考

## 1 三维快速拉格朗日元法的基本原理及 FLAC<sup>3D</sup> 的特点

三维快速拉格朗日元法在求解中使用如下 3 种计算方法: 离散模型方法 连续介质被离散为若干六面体单元, 作用力均被集中在节点上; 有限差分方法 变量关于空间和时间的一阶导数均用有限差分来近似; 动态松弛方法 由质点运动方程求解, 通过阻尼使系统运动衰减至平衡状态

### 1.1 空间导数的有限差分近似

在快速拉格朗日元分析中采用混合离散方法, 即将区域离散为常应变六面体单元的集合体, 而在计算过程中, 又将每个六面体看作以六面体角点为顶点的常应变四面体的集合体, 应力、应变、节点不平衡力等变量均在四面体上进行计算, 六面体单元的应力、应变取值为其内四面体的体积加权平均, 六面体内四面体的应力应变第一不变量由该六面体内所有四面体的体积加权平均得到, 然后重新得到四面体的应力、应变。这种方法既避免了常应变六面体单元常会遇到的位移剪切锁死现象, 又使得四面体单元的位移模式可以充分适应一些本构的要求, 如不可压缩塑性流动等

四面体单元如图 1 所示, 节点编号为 1~4, 第  $n$  面表示与节点  $n$  相对应的面。设单元内任一点的速度分量为  $v_i$ , 则由高斯公式可得

$$\int_V v_{i,j} dV = \int_S v_i n_j dS, \quad (1)$$

收稿日期: 2005-04-03

基金项目: 扬州大学科研基金资助项目(G0211085)

\* 联系人, E-mail: yzsqyl@zvod.com

式中 $V$ 为四面体体积, $S$ 为四面体外表面积, $n_j$ 为外表面的法向向量分量。对于常应变率单元,速度 $v_i$ 为线性分布, $[n]$ 在每个面上为常量,则由式(1)积分后可得

$$V v_{i,j} = \sum_{l=1}^4 \bar{v}_i^{(l)} n_j^{(l)} S_j^{(l)}, \quad (2)$$

式中上标 $(l)$ 表示面 $l$ 上相关变量的值, $\bar{v}_i$ 表示速度分量 $i$ 在平面上的平均值

## 1.2 运动方程

三维快速拉格朗日元法以节点为计算对象,将力和质量均集中在节点上,然后通过运动方程在时域内进行求解。节点运动方程可表示为

$$\partial v_i^l / \partial t = F_i^l(t) / m^l, \quad (3)$$

式中 $F_i^l(t)$ 为 $t$ 时刻 $l$ 节点在 $i$ 方向的不平衡力分量,可由虚功原理导出; $m^l$ 为 $l$ 节点的集中质量,分析静态问题时采用虚拟质量以保证数值稳定,而在分析动态问题时则采用实际的集中质量。将式(3)左端用中心差分来近似,可得 $v_i^l(t + \Delta t/2) = v_i^l(t - \Delta t/2) + (F_i^l(t) / m^l) \Delta t$

## 1.3 应变、应力及节点不平衡力

快速拉格朗日分析由速率来求某一时步的单元应变增量,可表示为 $\Delta e_{ij} = (1/2)(v_{i,j} + v_{j,i}) \Delta t$ ,式中导数可由式(2)近似。有了应变增量,即可由本构方程求出应力增量,各时步的应力增量叠加可得到总应力。在大变形情况下,还须根据本时步单元的转角对本时步前的总应力进行旋转修正,然后由虚功原理求出下一时步的节点不平衡力,进入下一时步的计算,其具体公式这里不再赘述

## 1.4 阻尼力

对于静态问题,在式(3)的不平衡力中加入了非粘性阻尼,以使系统的振动逐渐衰减至平衡状态(即不平衡力接近0),此时式(3)变为 $\partial v_i^l / \partial t = (F_i^l(t) + f_i^l(t)) / m^l$ ,式中 $f_i^l$ 为阻尼力,其表达式为

$$f_i^l = -\alpha |F_i^l| \operatorname{sgn}(v_i^l),$$

$$\operatorname{sgn}(y) = \begin{cases} +1 & (y > 0), \\ -1 & (y < 0), \\ 0 & (y = 0), \end{cases} \quad (4)$$

式中 $\alpha$ 为阻尼系数,其默认值为0.8,阻尼力的大小由阻尼系数 $\alpha$ 控制<sup>[10]</sup>。

## 1.5 FLAC<sup>3D</sup>的特点

1) 应用范围广泛,可以模拟复杂的岩土力学问题。FLAC<sup>3D</sup>包含了10种弹塑性材料本构模型,有静力、动力、蠕变、渗流、温度5种计算模式,各种模式间可以互相耦合以模拟各种复杂的力学行为。FLAC<sup>3D</sup>可以模拟多种结构形式,如岩体、土体或其他材料实体单元(如梁、锚、桩、壳)以及人工结构(如支护刷砌、锚杆、土钉、土工织物、摩擦桩、板桩)等。另外,FLAC<sup>3D</sup>设有界面单元,可以模拟岩石节理、断层或虚拟的物理边界等。<sup>[11,12]</sup>

2) FLAC<sup>3D</sup>提供强大的二次开发功能,它通过基于Microsoft Visual C++ 6.0平台的内置语言FISH,使得用户可以定义新的变量或函数,以适应用户的特殊需要。利用FISH,用户可以自己设计FLAC<sup>3D</sup>内部没有的特殊单元形态;可以在数值试验中进行伺服控制;可以指定特殊的边界条件,自动进行参数分析;可以获得计算过程中节点及单元参数如空间坐标、位移、速度、材料参数、应力、应变、不平衡力等。<sup>[11,12]</sup>

3) FLAC<sup>3D</sup>具有强大的前后处理功能和自动三维网格生成器,内部定义了多种基本单元形态,可以生成非常复杂的三维网格。在计算过程中用户可以用高分辨率的彩色或灰度图或数据文件输出结果,对结果进行实时分析,图形可以表示网格、结构单元以及有关变量的等值线图、矢量图、曲线图等,可以给出计算域的任意截面上的变量等值线图或矢量图。<sup>[11,12]</sup>

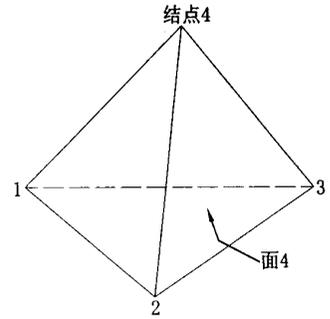


图1 四面体单元

Fig. 1 Tetrahedral element

## 2 工程实例分析

该工程场区地层主要为砂质粉土和粉粘土, 基坑垂直挖深为9.2 m, 分5步开挖, 每步挖深1.8 m. 土钉为钻孔注浆钉, 直径为10 cm, 沿深度设置5排, 设计长度6.1 m, 倾角20°; 水平和竖向间距均为1.8 m. [13] 地面水平位移用经纬仪量测, 地层内的水平位移用测斜仪量测 [14]

基坑开挖时土钉一般是成排成列重复布置, 一列竖向土钉的加固范围为通过两侧水平间距中点的竖直截面间的土体, 厚度等于水平间距, 取土钉间距宽度(1.8 m)作为计算模型. 模型其他2个方向的尺寸根据地质条件和基坑开挖深度经试算确定. 模型四周与相邻土体间有一定的相互约束, 为简化分析, 在模型的边界处施加适当的约束条件, 底面为固定铰支, 4个侧面分别为滚动支座, 竖直方向没有约束, 可自由滑动.

考虑到面层和土钉附近材料的不均匀性及尺寸差异, 在面层和土钉附近单元网格划分较密, 较远处逐渐变疏. 分析中通过试算确定开挖的主要影响区, 以定出合适的计算边界. 开挖宽度与基坑深度相同, 开挖面以外的宽度取为基坑深度的2倍, 基坑开挖底面以下取基坑深度的1倍. 模型网格划分

如图2所示. 土体的本构模型采用莫尔-库仑模型, 土体密度 $2 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , 侧压力系数 $K_0 = 0.4$ , 不考虑地下水渗流效应, 土体及土钉特性参数分别如表1和表2所示. 开挖共分5步进行, 开挖前使模型达到初始平衡状态, 模型位移置0, 开挖步骤如表3所示.

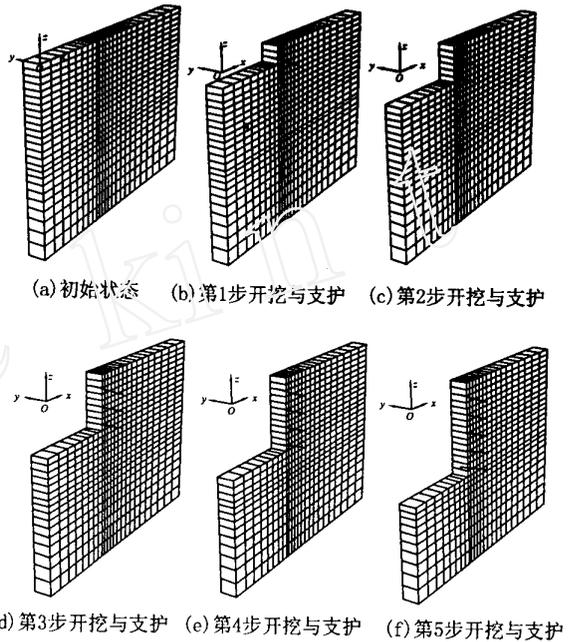


图2 模型网格划分

Fig 2 Meshing of the model

表1 莫尔-库仑模型特性参数

Tab 1 Properties of Mohr-Coulomb model

| 杨氏模量 $E$ /<br>MPa | 泊松比 $\mu$ | 摩擦角 $\varphi$ /<br>(°) | 粘结力 $\tau$ /<br>kPa | 拉伸强度 $\sigma_t$ /<br>kPa |
|-------------------|-----------|------------------------|---------------------|--------------------------|
| 22                | 0.3       | 36                     | 20                  | 10                       |

表2 土钉模型特性参数

Tab 2 Properties of soil nails

| 直径 $d$ /<br>mm | 杨氏模量 $E$ /<br>GPa | 屈服强度 $\sigma_s$ /<br>MPa | 拉伸强度 $F_t$ /<br>kN | 粘结强度 $F$ /<br>( $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ ) | 浆体刚度 $G$ /<br>MPa | 摩擦角 $\varphi$ /<br>(°) | 浆体周长 $u$ /<br>m |
|----------------|-------------------|--------------------------|--------------------|--|-------------------|------------------------|-----------------|
| 25             | 200               | 340                      | 166.9              | 100  | 7                 | 25                     | 0.314           |

开挖完成后, 开挖面后1.5 m沿竖直面水平位移如图3、4所示, 计算结果与实测值基本吻合. 其计算结果比实测值大的主要原因: 计算模型中, 索结构单元只能承受轴力而不能承受弯矩和剪力, 实际工程中土钉除承受轴力外, 还能承受一定的弯矩和剪力, 忽略土钉的抗弯和抗剪承载能力必然

表3 开挖步骤

Tab 3 Excavation steps

| 开挖步骤          | 开挖深度/m  | 土钉深度/m |
|---------------|---------|--------|
| 第1步开挖后置入第1排土钉 | 0.0~1.8 | 0.9    |
| 第2步开挖后置入第2排土钉 | 1.8~3.6 | 2.7    |
| 第3步开挖后置入第3排土钉 | 3.6~5.4 | 4.5    |
| 第4步开挖后置入第4排土钉 | 5.4~7.2 | 6.3    |
| 第5步开挖后置入第5排土钉 | 7.2~9.2 | 8.1    |

导致水平位移计算值偏大 工程中常采用网喷混凝土面层保持土体的自立稳定性,而模型计算中壳单元模型参数难以确定,没有考虑支护面层的有利作用,也造成计算结果偏大 工程中基坑内部土体为逐步开挖,模型在每步开挖计算时,开挖部分的应力为瞬间释放,造成了基坑侧边部分范围内土体出现塑性破坏,塑性变形的累积造成变形计算值大于实测值

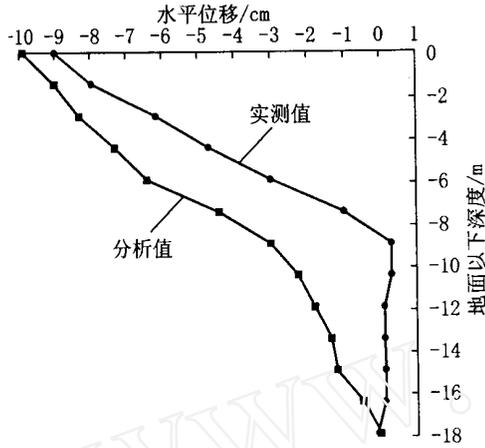


图3 沿竖直面的水平位移

Fig 3 Horizontal displacement along vertical plane

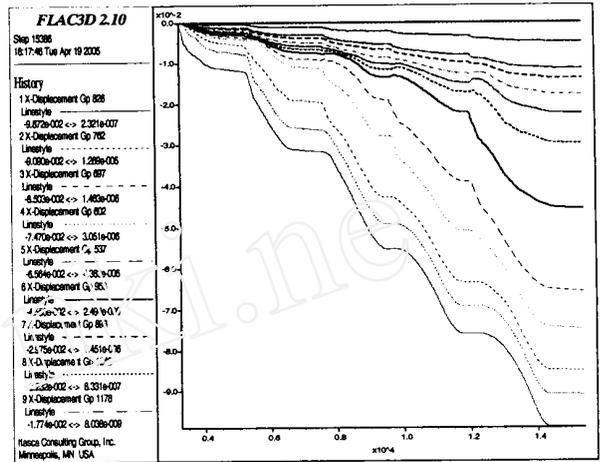


图4 竖直面上各点水平位移历史图

Fig 4 Horizontal displacement history along vertical plane

开挖完成后基坑变形如图5,6所示,位移最大处在基坑侧边顶部,最大位移为11.8 cm.

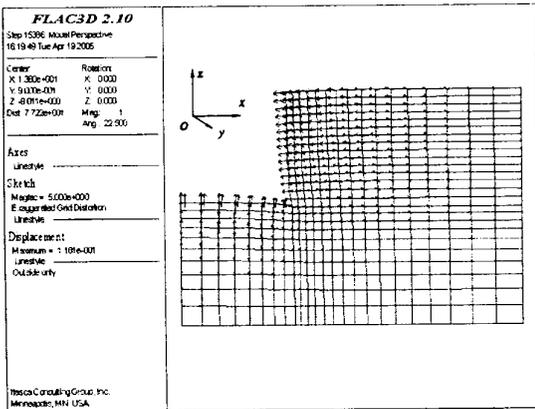


图5 基坑变形矢量图

Fig 5 Deformation vector of the foundation pit

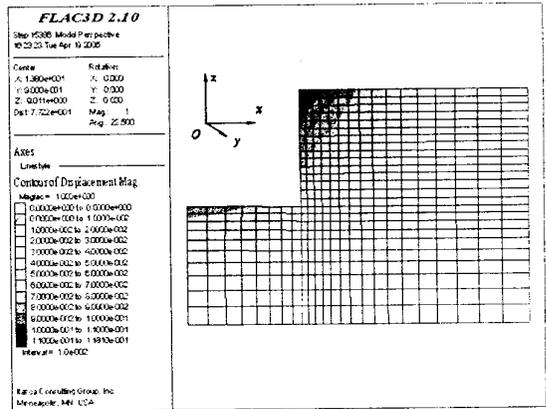


图6 基坑变形云图

Fig 6 Deformation contour of the foundation pit

### 3 结论

本文通过运用三维快速拉格朗日元法对基坑开挖与土钉支护性状进行数值模拟,并与工程实测数据进行对比分析,所得结论如下.

1) 坑壁变形呈凸面形状,水平位移最大处一般在基坑开挖深度1/2以上,且深度方向上水平位移变化规律随土体及结构支撑性质的变化而有所不同 基坑周围地表各点沉降远小于无支护开挖情况,主要是由于土钉对基坑侧边土体的加固作用,从而增强了基坑侧边土体的整体稳定性

2) 基坑底部隆起的最大值发生在基坑底部中心点处,并从中点到坑底边逐渐减小,主要是因土体开挖后应力释放效应及基坑底部土体的边角约束作用差异造成



3) 模型计算得到的土体位移值比实测值大, 主要是由于模型计算中的简化假定造成

## 参考文献:

- [1] Itasca Consulting Group Inc. *FLAC<sup>3D</sup> fast Lagrangian analysis of continua in 3 dimensions* [R]. Version 2.0 Users Manual, USA: Itasca Consulting Group Inc, 1997.
- [2] MARTIJ, CUNDALL P A. Mixed discretization procedure for accurate modelling of plastic collapse [J]. *Int J Numer & Anal Meth Geomech*, 1982, 6: 129~ 139
- [3] 李永和. 非线性超静定结构的拉格朗日乘法及其应用 [J]. *西安建筑科技大学学报*, 1995, 27(4): 461~ 465
- [4] 梁海波, 李仲奎, 谷兆祺. *FLAC 程序及其在我国水电工程中的应用* [J]. *岩石力学与工程学报*, 1996, 15(3): 193~ 200
- [5] 谢和平, 周宏伟, 王金安, 等. *FLAC 在煤矿开采沉陷预测中的应用及对比分析* [J]. *岩石力学与工程学报*, 1999, 18(4): 397~ 401
- [6] 寇晓东, 周维垣, 杨若琼. *FLAC-3D 进行三峡船闸高边坡稳定分析* [J]. *岩石力学与工程学报*, 2001, 20(1): 6~ 10
- [7] CHEN C Y, MARTIN G R. Soil-structure interaction for landslide stabilizing piles [J]. *Comp & Geotech*, 2002, 29: 363~ 386
- [8] SITHARAM T G, MADHAVIL G. Simulation of excavations in jointed rock masses using a practical equivalent continuum approach [J]. *Int J Rock Mech & M in Sci*, 2002, 39: 517~ 525
- [9] 李仲奎, 戴荣, 姜逸明. *FLAC3D 分析中的初始应力场生成及在大型地下洞室群计算中的应用* [J]. *岩石力学与工程学报*, 2002, 21(2): 2387~ 2392
- [10] KOLSKY H. *Stress waves in solids* [M]. New York: Dover Publications, 1963
- [11] 丁勇春, 钱玉林, 王建华. 基坑开挖与支护技术现状分析与探讨 [J]. *建筑技术*, 2005, 36(8): 24~ 27
- [12] 丁勇春. 基于三维快速拉格朗日元法的基坑开挖与支护数值模拟研究 [D]. 扬州: 扬州大学, 2005
- [13] 钱玉林, 黄中健, 阮海林, 等. 水泥粉煤灰加固回填土地基的工程应用 [J]. *扬州大学学报(自然科学版)*, 2001, 4(4): 76~ 78
- [14] SHEN C K. Field measurement of an earth support system [J]. *J Geotech Engin A SEC*, 1981, 10: 25~ 29

## Analysis on the three-dimensional fast Lagrangian method of soil nailing foundation pits

DING Yong-chun<sup>1,2</sup>, QIAN Yu-lin<sup>1\*</sup>, WANG Jian-hua<sup>2</sup>

(1. Coll of Civil Sci & Engin, Yangzhou Univ, Yangzhou 225009, China;

2. Sch of Naval Arch, Ocea & Civil Engin, Shanghai Jiaotong Univ, Shanghai 200030, China)

**Abstract:** In this paper, the theory background and characteristic of 3-dimensional fast Lagrangian method are introduced. A practical engineering example with excavation and soil nailing of a foundation pit is analyzed, the difference between numerical simulation results and practical measuring data is also discussed. Some useful conclusions are drawn. It also indicates that 3-dimensional fast Lagrangian method is a reliable and powerful tool for foundation engineering and this method should be widely used in geotechnical engineering in the future.

**Keywords:** foundation pit; soil nailing; numerical simulation; 3-dimensional fast Lagrangian method

(责任编辑 贾慧鸣)