

文章编号: 1000-7598 (2009) 08-2477-06

考虑饱和-非饱和渗流的土坡极限分析

牛文杰¹⁻³, 叶为民^{2,3}, 刘绍刚⁴, 禹海涛^{2,3}

(1. 浙江大学 水工结构及环境工程研究所, 杭州 310058; 2. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092;
3. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 4. 同济大学 环境科学与工程学院, 上海 200092)

摘 要: 给出了均质土坝的下游坝坡的安全系数的计算方法。均质土坝的下游坝坡有可能会通过滑裂面发生破坏。土坝中的土坡通常处于非饱和状态。非饱和土坡的安全系数计算需要考虑吸力对抗剪强度的贡献以及土坡中的非饱和渗流。给出处于饱和-非饱和渗流状态下的土坡的安全系数, 有助于评价均质土坝的安全系数。下游坝坡的安全系数计算方法有: 极限平衡法、上限解法和下限解法, 该算法适用于非饱和土坡, 且是在饱和土坡安全系数的计算方法上修正得到的。算例中非饱和土坡安全系数的计算考虑了吸力对抗剪强度的贡献。考虑非饱和渗流理论的土坡安全系数计算方法通常更加接近现场实际情况, 并且对于同一坝坡, 考虑非饱和渗流计算出的土坡安全系数要比饱和渗流理论计算出的安全系数大。

关键词: 饱和-非饱和渗流; 土坡; 极限分析; 安全系数; 均质土坝

中图分类号: TU 443 文献标识码: A

Limit analysis of a soil slope considering saturated-unsaturated seepage

NIU Wen-jie¹⁻³, YE Wei-min^{2,3}, LIU Shao-gang⁴, YU Hai-tao^{2,3}

(1. Institute of Hydraulic Structure and Environment Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 4. School of Environmental Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: This computing method addresses safety factor with respect to unsaturated slope of downstream homogeneous earth dam. Method to calculate safety factor of unsaturated slope is highly connected with shear strength criteria of unsaturated soil and seepage analysis of unsaturated slope. There is a potential risk for the soil slope of a downstream earth dam to burst along the sliding surface. Most slopes in earth dams are in unsaturated state. This computing method is intended to provide safety factor of a soil slope in saturated-unsaturated seepage. Determining the safety factor of a slope provides information to facilitate the safety assessment of a homogeneous earth dam. This computing method covers a procedure for determining safety factor of unsaturated slope of a downstream earth dam with limit equilibrium method, lower-bound and upper-bound method. This computing method is suitable for unsaturated slope. It is revised on the method to evaluate the safety factor of a saturated soil slope. The contribution of suction to the shear strength of unsaturated soil has been considered. In an example, safety factor of a soil slope is calculated in saturated seepage theory or saturated-unsaturated seepage theory. It is found that the safety factor of a slope considered the saturated-unsaturated seepage in a slope and the suction contribution to shear strength is larger than the one only considers the saturated seepage of a slope.

Key words: saturated-unsaturated seepage; soil slope; limit analysis; safety factor; homogeneous earth dam

1 引 言

土石坝是利用当地土石材料填筑而成的挡水坝, 其中一种是均质土坝。土石坝不会沿坝基面整体滑动, 失稳形式主要是坝坡滑动或连同部分地基一起滑动。水库蓄满水(一般为正常蓄水位)形成稳定渗流时, 一般需要验算下游坝坡稳定。

土坡的安全系数评价准则还在发展之中, 它属

于研究的热点, 主要的研究集中在滑裂面的确定方法, 上限解和下限解法, 滑移线方法和极限平衡法与极限分析方法的区别, 安全系数的确定是采用强度折减还是增大荷载方法, 非饱和土坡的渗流耦合下的安全系数分析, 以及考虑边坡系统内的不确定性等方面。运动单元法通过引进单元运动分析、静力分析和优化求极值分析, 自动完成岩土工程剪切破坏区和最危险滑动面的搜索。曹平等^[1]利用运

收稿日期: 2007-11-27

第一作者简介: 牛文杰, 男, 1982 年生, 博士, 主要从事岩土工程方面的研究。E-mail: tjengimeer1982@sina.com

动单元法分析了边坡的稳定性。吴宏伟等^[2]针对香港地区一种典型非饱和土斜坡,用有限元法模拟雨水入渗引起的暂态渗流场,然后将计算得到的暂态孔隙水压力分布用于斜坡的极限平衡分析。张鲁渝等^[3]较为全面地分析了土体屈服准则的种类、有限元法自身计算精度以及坡高 H 、坡角 β 、黏聚力 c 、摩擦角 φ 对折减系数法计算精度的影响,并给出了提高计算精度的具体措施。秦卫星^[4]使用有限单元法研究了边坡的安全系数。

由此可见,对土坡的极限分析主要是集中在不考虑渗流或者考虑饱和渗流条件下的土坡极限分析中,因此,通过一个具体的算例,首先利用 SLOPEW 软件对一土质边坡进行了饱和渗流的土坡极限分析,然后进行了非饱和土坡的极限分析,并比较了两者计算结果的差异。从计算结果可知,当非饱和土坡考虑吸力对抗剪强度的贡献时,非饱和土坡的安全系数要大于饱和土坡的安全系数。

2 极限分析的上限和下限

2.1 上下限定理

下限需满足平衡方程、应力边界条件,处处都不违背屈服准则的应力分布所单度确定的荷载,不会大于实际荷载^[5]。对于岩土工程材料,还需要满足不容许出现拉应力的限制条件^[6]。

上限应满足速度边界条件、应变与速度相容条件的假想破坏模式,使外功率与内部能量耗损率相等所确定的荷载不会小于实际破坏荷载^[5]。

2.2 上下限定理的证明

这里分析了美国学者和中国学者对上下限定理的证明方法,指出其证明的本质和过程是相同的。下限解总是对应可静应力场,须由静力平衡条件和屈服条件求得;上限解总是对应破坏机构的速度场,须由功方程(外功率等于耗损)来求解。

沈珠江^[7]、徐秉业等^[8]分别证明了上下限定理。徐秉业^[8]认为,上下限定理是建立在刚塑性模型假定基础上的,可由 Drucker 公设及虚功率原理来证明,Drucker 公设是针对稳定材料的。陈惠发^[5]也证明了上下限定理,从屈服面的凸性和塑性应变率向量对屈服面的正交性来认识屈服函数与流动法则,并认为虚功率原理在小变形假定下才会成立。上下限定理是建立在理想塑性模型假定基础上的,并且应用于塑性材料。

证明上下限定理可以给出求解上下限荷载的方法,并且从理论上保证这些方法是正确的。

2.2.1 下限定理的证明

极限分析问题中,设刚塑性物体的体积为 V ,表面积为 S ,根据虚功方程有下式^[5,7,8]成立:

$$(P_1 - P_s) \int_S u_i^* dS = \int_V (\sigma - \sigma^0) \varepsilon_i^* dV \quad (1)$$

式中: P_1 为完全解对应的荷载; σ 为完全解下的应力; ε_i^* 为完全解下的应变速率; u_i^* 为完全解下的位移速率; σ^0 为静力容许的应力; P_s 为可静应力场对应的荷载。

鉴于凸性和正交性要求, σ^0 在屈服面内时, $(\sigma - \sigma^0) \varepsilon_i^* > 0$, 因此 $P_1 > P_s$ 。这就证明了完全解对应的外荷载大于可静应力场对应的外荷载。

2.2.2 上限定理的证明

在机动容许场下,同样根据虚功方程^[5,7,8]有下式成立:

$$(P_k - P_1) \int_S u_j^* dS = \int_V (\sigma^* - \sigma) \varepsilon_j^* dV \quad (2)$$

式中: ε_j^* 为机动容许解下的应变速率; u_j^* 为机动容许场下的位移速率; σ^* 为机动容许场中的应力; P_k 为机动容许场对应的外荷载。

由于凸性和正交性要求,式(2)右端项 $(\sigma^* - \sigma) \varepsilon_j^* > 0$, 由于 $u_j^* > 0$, 因此 $P_k > P_1$ 。这就证明了机动容许场对应的外荷载大于完全解对应的外荷载。

2.3 上下限定理的应用情况

求出上下限荷载的方法不同于滑移线场分析和极限平衡法,另外,可以避开渐进性破坏的复杂分析过程,因此,求出荷载的上限和下限是一种非常简单和快速的方法^[5]。

土力学中的大量实际问题需要求解破坏荷载。徐秉业^[8]主要将上下限定理用于对梁和板等结构的分析。陈祖煜^[10]对拱座进行了三维极限分析。陈惠发^[5]对地基、挡土墙和边坡的极限荷载进行了计算。潘家铮^[9]认为对于给定的滑动面,必须寻找能得出最大安全系数的可静应力场,而在各种不同的滑动面中必须寻找安全系数最小的一个^[7]。

3 极限平衡法

所谓极限平衡法,就是传统上一一直用来近似求解土力学稳定问题的方法。由极限平衡法获得的解不一定是一个上限或是一个下限。然而任何极限分析的上限解显然是一个极限平衡解^[5]。

边坡稳定定量分析是高陡边坡加固治理研究的基础。国内外广泛使用和较为成熟的边坡稳定计算方法有：Fellenius 法，也称普通法 (ordinary) 或 Sweden 法；简化毕肖普法 (Bishop simplified)；简化江布法 (Janbu's simplified)；Spencer 法；美国陆军工程师团 1 (corps of engineers #1 method)；美国陆军工程师团 2 法 (corps of engineers #2 method)；Lowe-Karafiath 法；Morgenstern-Price 法和普遍极限平衡法 (GLE)^[11]。这些方法中，美国陆军工程师团法^[12]仅满足静力平衡条件，需要对土条侧向力的倾角 β 作出假定，建议的数值是边坡的平均坡度；Morgenstern-Price^[13]法同时满足力和力矩平衡条件，不需要对侧向力倾角的具体数值作出假定。

4 土坡极限分析模型

对于发生大面积非饱和和渗流区的土坡，主要是需要考虑基质吸力对抗剪强度的贡献。

(1) 应力平衡方程^[11,14]

$$\sigma_{ij,j} + W_i = 0 \tag{3}$$

式中： $\sigma_{ij,j}$ 为 σ_{ij} 在 j 方向求偏导； W_i 为体积力。

(2) 边界条件 (力学和几何)

$$\sigma_{ij}n_j = T_i \tag{4}$$

式中： T_i 为作用于表面 S 上的边界力； n_j 为 S 面法线的方向导数。

$$u_i = \bar{u}_i \tag{5}$$

式中： \bar{u}_i 为表面 S 上的位移。

(3) 变形协调条件

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{u_{i,j} + u_{j,i}}{2} \tag{6}$$

式中： $u_{i,j}$ 为 u_i 在 j 方向求偏导。

(4) 应力-应变关系和塑性极限状态方程

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \tag{7}$$

式中： C_{ijkl} 为反映弹性或弹塑性本构关系的张量表达式。

$$f(\tau - (\sigma_f - u_a)_f \tan \varphi' - c' - (u_a - u_w)_f \tan \varphi^b) \leq 0 \tag{8}$$

式中： τ 为破坏面上的剪应力； $(\sigma_f - u_a)_f$ 为破坏面上的净法向应力状态； φ' 为与净法向应力状态有关

的内摩擦角； c' 为有效黏聚力； $(u_a - u_w)_f$ 为破坏面上的基质吸力； φ^b 为抗剪强度随基质吸力增加的速率。

(5) 非饱和土渗透系数和吸力的本构关系

$$k = k_{sat} f(s) \tag{9}$$

式中： k 为非饱和渗透系数； k_{sat} 为饱和渗透系数； $f(s)$ 为基质吸力的函数。

(6) 水头边界条件

$$h = H \tag{10}$$

式中： h 为计算区域边界上的水头； H 为边界水位高度。

5 计算和分析方法

5.1 饱和-非饱和和渗流场的计算方法

复杂边界条件下土坡饱和-非饱和和渗流场的计算方法通常需要采用有限元方法，最后归结为解非线性方程组。二维稳态渗流的有限元形式^[15]曾用 Galerkin 的加权残数法原理推导出来 (Papagiannakis 和 Fredlund)：

$$\int_A [B]^T [k_w] [B] dA \{h_{wn}\} - \int_s [L]^T \bar{v}_w ds = 0 \tag{11}$$

式中： $[B]$ 为单元面坐标矩阵在 x 方向和 y 方向求偏导； $[k_w]$ 为渗透系数矩阵； $\{h_{wn}\}$ 为节点处的水头矩阵； $[L]$ 为单元面坐标矩阵； \bar{v}_w 为垂直于单元边界的外部流速； s 为单元周长。

5.2 土坡的极限分析方法

土坡的极限分析方法有极限平衡法和有限元法，其中极限平衡法假定条间力的关系，将土坡简化为静定结构来进行计算。土坡的有限元分析方法满足严格的应力平衡和位移协调条件的偏微分方程，利用虚功原理进行分片离散，得到以各个节点位移为变量的线性代数方程组，其中土体的本构方程通常采用 Mohr-Column 弹塑性本构模型。

6 算例

6.1 计算简图

一土坡，底部宽 120 m，顶部宽 30 m，左边高度为 40 m，右边高度 20 m，赋存有地下水，左端边界地下水水位高 30 m，如图 1 所示。在实际工程中，图 1 可作为均质土坝的下游坝坡的计算简图。除了上游坝坡在水位骤降下的安全系数验算等，下游坝坡的安全系数计算是均质土坝安全性验算的一个重要方面。

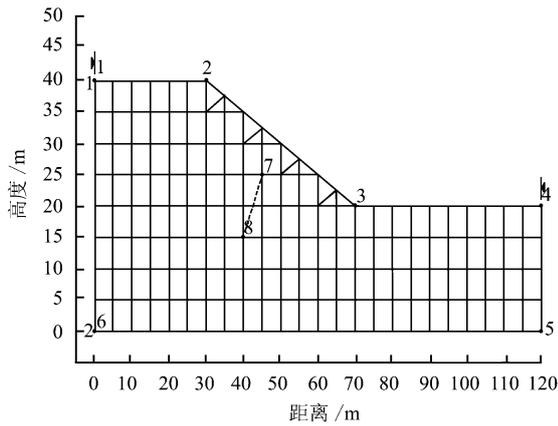


图 1 饱和-非饱和和渗流土坝计算简图

Fig.1 The simplified paragraph of the earth dam

6.2 计算参数

非饱和土-水曲线参数如表 1 和图 2 所示。

表 1 非饱和土渗透系数-吸力曲线特征点参数值
Table 1 Parameters of the hydraulic conductivity and suction of unsaturated soil

点号	孔隙水压力/MPa	渗透系数/(m/s)
1 (左下点)	-3.4612×10^{-2}	3.7323×10^{-8}
2 (右上点)	0	5.0000×10^{-4}

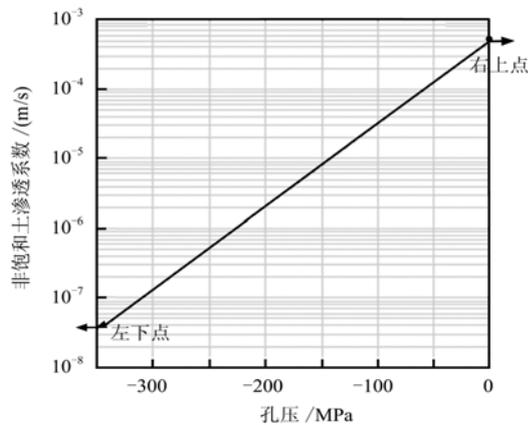


图 2 非饱和土渗透系数-吸力关系图

Fig.2 Relationship between hydraulic conductivity and suction of unsaturated soil

按照现在的吸力测试技术，非饱和土的吸力最大可以测量到 300 MPa 左右。

6.3 土体物理力学参数

某种粉土天然重度为 16.37 kN/m^3 ，土粒相对密度 $G_s = 2.67$ ，孔隙比 $e = 0.805$ 。土体饱和重度为 18.87 kN/m^3 ，内摩擦角 $\varphi = 30^\circ$ ，黏聚力 $c = 10 \text{ kPa}$ ， $\varphi^b = 20^\circ$ 。在土体的极限分析中，浸润面以上的土体按照天然重度进行简化计算，浸润面以下的土体按照饱和重度进行计算。

6.4 计算方法

SLOPEW 软件的计算方法是：由于需要对渗流作用下的土坡进行分析，因此算例中首先计算土坝的饱和-非饱和和渗流场，然后进行极限分析。其中，极限分析通常采用条分法，即把饱和-非饱和和渗流场的孔压数值应用在条分法的分析中，而有限元方法则采用弹性本构模型，在不考虑渗流场的情况下通过有限元方法计算出应力场，最后结合渗流场计算的孔压值，采用圆弧滑面搜索方法，通过条分法计算出安全系数。

7 计算结果

7.1 渗流场计算结果图

图 3 计算的是土坝中渗流场的孔隙水压力。图 3 中水头为 0 的线条即为浸润线，也就是饱和区与非饱和区的分界线。另外，非饱和区的吸力最大会在 100 MPa 左右。

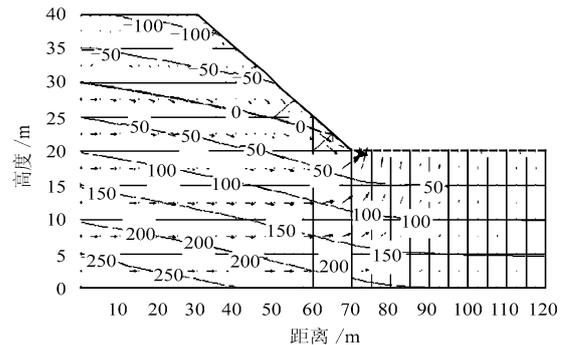


图 3 渗流场的孔隙水压力计算结果 (单位: MPa)
(左端边界总水头为 30 m, 右端边界总水头为 0 m)

Fig.3 Pore water pressure calculating results (unit: MPa)

7.2 饱和土坡的安全系数

在仅考虑饱和和渗流计算的土坡下限解计算中，土坡的抗剪强度计算按照饱和土强度的计算方法，即不考虑吸力对抗剪强度的贡献。

浸润线以上土坡的重度取为天然重度，浸润线以下土坡的重度取为饱和重度，并且土坡的抗剪强度计算按照饱和土强度的计算方法，即不考虑吸力对抗剪强度的贡献。其中，土坡的浸润线按照图 3 中计算的浸润线的位置来确定。

Spencer、Morgenstan-Price、Janbu、有限单元等方法计算土坡的安全系数，可以通过 Geostudio 软件进行。

7.3 非饱和土坡的安全系数

在非饱和土坡安全系数计算中，除了有限元方法进行了一部分简化的假定外，其余计算中均认为

浸润线以上土坡的重度取为天然重度，浸润线以下土坡的重度取为饱和重度，并且土坡的抗剪强度计算按照非饱和土强度的计算方法，即考虑吸力对抗剪强度的贡献。

土体的重度采取浸润线以上土坡的重度取为天然重度，浸润线以下土坡的重度取为饱和重度。

图 4 是计算得到的滑动面上某一点的土的抗滑强度与该点的水平坐标间的关系图。从该图中发现，当滑裂面上的点的水平坐标比较大时，该点会处于浸润线下方且上方土的厚度较小，造成该点的吸力为 0，且总抗滑强度趋近于 0。

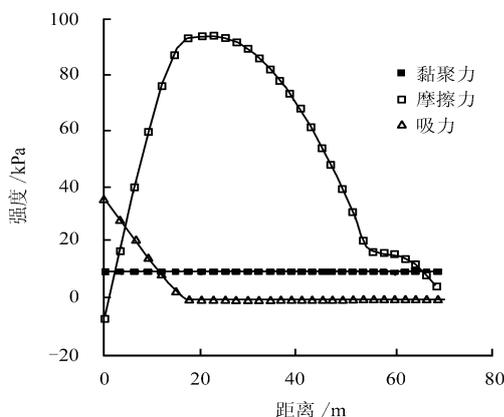


图 4 非饱和土 $\phi_b=20^\circ$ 的非饱和土吸力值、摩擦力和黏聚力
Fig.4 Result of suction, frictional strength and cohesion strength of unsaturated soil when $\phi_b=20^\circ$

8 计算结果的讨论

算例中没有考虑应力和吸力的耦合，属于简化方法，严格的计算方法应该属于在重力（外荷载）下考虑弹塑性极限的 Biot 固结，即考虑渗流-应力耦合。

8.1 非饱和土坡与饱和土坡的安全系数

由表 2 可以看出，非饱和土坡安全系数要大于饱和土坡安全系数。

8.2 不同计算方法的安全系数

由表 2 可以看出，陆军工程师团 1 法计算的安全系数通常较大，Morgenstern-Price 法、Spencer 法和 GLE 法的计算结果比较一致且通常较小。

需要注意的是陆军工程师团 2 法计算的安全系数通常非常大，其原因是陆军工程师团 2 法在把边坡这一超静定结构简化为静定结构的过程中所采取的简化假设条件有使边坡安全系数大于实际值的趋势。因此，在今后使用陆军工程师团 2 法时，应该注意这种方法可能过于乐观地估计了边坡的安全系数。

表 2 安全系数计算结果的比较

Table 2 Comparisons between safety factors calculated with different methods

计算方法	饱和土坡的安全系数	非饱和土坡的安全系数
FEM	1.431	1.537
Morgenstern-Price 法	1.430	1.547
Spencer 法	1.429	1.548
GLE 法	1.430	1.547
陆军工程师团 1 法	1.435	1.577
陆军工程师团 2 法	1.463	1.608
Bishop, Ordinary 和 Janbu 法	1.428	1.543

8.3 算例中的方法讨论

算例中的方法应该都属于极限平衡法，其中 FEM 方法计算的应力分布如果是一个满足平衡条件、应力边界条件和屈服准则的可以接受的应力分布，则可以认为是一个下限解。

算例中饱和土区的安全系数计算采用的是水土合算的方法，即对于渗透系数较小的黏性土等地基，土的重度取饱和重度，土的强度指标取总应力强度指标^[16]。

塑性极限分析的理论基础是连续介质上的虚功率原理。离散单元法属于非连续介质力学，其算法基础是达朗伯-拉格朗日动力学方程（刚体）与块体间接触力模型（变形体）。因为岩质边坡中含有断层和节理，所以通常应用离散单元法来分析岩质边坡崩塌破坏后的位移、速度和转角随时间的变化^[18]。

因此，塑性极限分析方法主要用来提供一种求得边坡安全系数的简化方法，保证大坝和铁路沿线边坡的安全，而离散单元法主要用来分析岩质边坡在破坏崩塌后各个岩块的位移场、速度场、加速度场和转角随时间的变化，用来为矿山开挖提供防护依据及采取合理的开挖方法。

8.4 今后的研究方向

水位变化对非饱和土坡安全系数的影响将在以后讨论。一般认为需要考虑渗透力对土坝安全的影响，即土的渗透性较好时宜考虑渗流力而计算土压力和水压力^[17]。这就是说，需要通过水-土分算来计算土坡的安全系数^[16]。水-土分算主要用于砂土等渗透系数较大的土，并且可以考虑渗透力的作用。考虑渗流情况下，在沿土坡的顺层方向上发生渗流时，土坡的极限分析需要考虑有效应力，即在计算的法向总应力上减掉孔隙水压力。土的重度取有效重度，土的强度指标取有效应力强度指标。采用条分法计算安全系数时，需要计算出划分的土条的水平方向上的水力坡降，进而计算出渗透力并作用在划分的土条上。

岩石材料和混凝土材料的破坏准则主要有拉应

力破坏、压应力破坏、剪应力破坏和扭转破坏及组合应力作用下的破坏形式,并有一系列相应的破坏准则被建立。以上考虑边坡的破坏形式主要是塑性剪切破坏,是边坡众多的破坏形式之一。

以上计算工况特殊,验算的是下游坝坡的稳定,所以未考虑水压力的作用。对于一般的拱坝或者挡水建筑物沿水流方向厚度很小时,还须考虑水压力作用并验算抗倾覆的可能性。

地震作用下大坝的安全性还须估算出相应的地震荷载并施加在大坝上,或者按照地基-大坝的动力耦合模型来分析实际的大坝的地震反应。对于土坝这种内部流-固耦合材料,还须编制出有限元分析程序以便分析出大坝的液化区,并考虑土坝在液化区发生破坏的可能以及采取对应的工程设计措施。

9 结 论

工程中遇到的土坡大多为非饱和土坡,当地下水水位较高并且接近地表时,区分土坡是饱和土坡或者非饱和土坡的意义不大。当地下水水位很低,即非饱和区的面积很大时,需要按照以下方法进行非饱和土坡的安全系数计算。

(1) 在现场取土后,进行室内三轴试验确定以下参数:与净法向应力状态有关的内摩擦角 φ' ,有效黏聚力 c' 和抗剪强度随基质吸力增加的速率 φ^b 以及饱和重度与天然重度。

(2) 采用张力计法对非饱和土坡进行吸力的量测,或者采用地下水水量测仪和水位管来量测地下水位,再对非饱和区的土样进行非饱和渗透系数与土-水特征曲线的量测后,通过编制的程序计算出区域内的水头分布和负孔压水头分布。

(3) 通过商用软件或者编制的边坡分析程序对非饱和土坡进行安全系数计算。

考虑非饱和渗流理论的土坡安全系数计算方法通常更加接近现场实际情况,并且对同一坝坡,考虑非饱和渗流计算出的土坡安全系数要比饱和渗流理论计算出的安全系数大。

参 考 文 献

- [1] 曹平, PETER GUSSMANN. 运动单元法与边坡稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(6): 663-666.
CAO Ping, PETER GUSSMANN. Kinematical element method and slope stability analysis[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1999, 18(6): 663-666.
- [2] 吴宏伟, 陈守义, 庞宇威. 雨水入渗对非饱和土坡稳定性影响的参数研究[J]. 岩土力学, 1999, 20(1): 1-13.
WU Hong-wei, CHEN Shou-yi, PANG Yu-wei. Parametric study of effects of rain infiltration on unsaturated slopes[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 1999, 20(1): 1-13.
- [3] 张鲁渝, 郑颖人, 赵尚毅, 等. 有限元强度折减系数法计算土坡稳定安全系数的精度研究[J]. 水利学报, 2003, (1): 21-27.
ZHANG Lu-yu, ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi, et al. The feasibility study of strength-reduction method with FEM for calculating safety factors of soil slope stability[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2003, (1): 21-27.
- [4] 秦卫星, 陈胜宏, 陈士军. 有限单元法分析边坡稳定的若干问题研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(4): 586-590.
QIN Wei-xing, CHEN Sheng-hong, CHEN Shi-jun. A study on some issues for slope stability analysis by finite element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(4): 586-590.
- [5] 陈惠发. 极限分析与土体塑性[M]. 北京: 人民交通出版社, 1995.
- [6] 陈祖煜. 土力学经典问题的极限分析上、下限解[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(1): 1-13.
CHEN Zu-yu. Limit analysis for the classic problems of soil mechanics[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2002, 24(1): 1-13.
- [7] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000.
- [8] 徐秉业. 结构塑性极限分析[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1985.
- [9] 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析[M]. 北京: 水利出版社, 1980.
- [10] 陈祖煜, 汪小刚, 王剑. 小湾高拱坝拱座稳定三维极限分析[J]. 云南水利发电, 1999, 16(1): 22-25.
CHEN Zu-yu, WANG Xiao-gang, WANG Jian. 3D Limit analysis of Xiaowan high arch dam abutment stability[J]. **Yunnan Water Power**, 1999, 16(1): 22-25.
- [11] 陈祖煜. “怀洪新河某堤段滑坡前的稳定分析与滑坡后的验证”讨论之二[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(4): 518-519.
CHEN Zu-yu. Discussion on "stability analysis and its verification of the dike of New Huaihong River before and after sliding" (No.2)[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1999, 21(4): 518-519.
- [12] U. S. Army Corps of Engineers. Stability of slopes and foundations[R]. Vicksburg: U.S. Army Corps of Engineers Engineering Manual, 1967.
- [13] MORGENSTERN N R, PRICE V. The analysis of the stability of general slip surface[J]. **Geotechnique**, 1965, 15(1): 79-93.
- [14] 龚晓南. 土工计算机分析[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000.
- [15] FREDLUND D G, RAHARDIO H. 非饱和土土力学[M]. 陈中颐译. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997.
- [16] 龚晓南. 地基处理新技术[M]. 西安: 陕西科学技术出版社, 1997.
- [17] 魏汝龙. 基坑内外的水压力和渗透力[J]. 岩土工程师, 1998, 10(1): 23-25.
- [18] 陈文胜, 柏署, 杨燕. 离散元计算的位移控制方法[J]. 岩土力学, 2007, 28(7): 1304-1308.
CHEN Wen-sheng, BAI Shu, YANG Yan. Control displacement solution for discrete element analysis[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(7): 1304-1308.