

考虑时效特性的锚固岩质边坡变形可靠度分析

蒋水华^{1,2}, 彭 铭³, 李典庆^{1,2}, 张利民³, 周创兵^{1,2}

(1. 武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 武汉大学 水工岩石力学教育部重点实验室, 湖北 武汉 430072; 3. 香港科技大学 土木与环境工程系, 香港 九龙)

摘要: 提出基于非侵入式随机有限元法的岩质边坡变形可靠度分析方法。建立考虑腐蚀效应的锚杆锚固力随服役时间变化模型。给出边坡变形可靠度分析非侵入式随机有限元法的计算步骤。研究锚固边坡变形失效概率与最大允许变形值之间的关系, 并基于参数敏感性分析提出边坡最大允许变形取值方法。以锚固岩质边坡为例, 证明所提方法的有效性。结果表明: 非侵入式随机有限元方法为考虑时效特性的边坡变形可靠度分析提供一条有效的途径。随着锚杆服役时间增加, 锚杆腐蚀作用对锚固边坡变形可靠度的影响越明显。考虑时效特性的边坡变形失效概率常用对数 $\lg p_f$ 与边坡最大允许变形值间存在近似线性关系, 而且随着边坡可靠度水平增加, 该线性关系表现得越明显。

关键词: 边坡工程; 岩质边坡; 变形; 最大允许变形值; 时变可靠度; 非侵入式随机有限元法

中图分类号: P 642

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2013)06-1270-09

TIME-VARIANT SERVICEABILITY RELIABILITY ANALYSIS OF ANCHORED ROCK SLOPES DEFORMATION

JIANG Shuihua^{1,2}, PENG Ming³, LI Dianqing^{1,2}, ZHANG Limin³, ZHOU Chuangbing^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China; 2. Key Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering, Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China; 3. Department of Civil and Environmental Engineering, The Hong Kong University of Science and Technology, Kowloon, Hong Kong, China)

Abstract: A non-intrusive stochastic finite element method for time-variant serviceability reliability analysis of anchored rock slopes with consideration of rock bolt corrosion is proposed. A rock bolt corrosion model reflecting the variation of the anchored force of each rock bolt with service time is established. Consequently, the computational procedure for time-variant serviceability reliability analysis of the slope deformation using the non-intrusive stochastic finite element method is proposed. The relationship between the probability of failure for slope deformation and the maximum allowable deformation is investigated; and a method for determining the maximum allowable deformation of the slope is proposed based on parametric sensitivity analysis. An example of reliability analysis of anchored rock slope deformation subjected to surcharge loading is illustrated to demonstrate the validity and capability of the proposed method. The results indicate that the proposed non-intrusive stochastic finite element method can effectively evaluate time-variant serviceability reliability of rock slopes. The rock bolt corrosion has a significant influence on the serviceability reliability of rock slopes as the service time of rock bolts increases. In addition, an approximate linear relationship exists between the logarithm of the time-variant probability of failure for slope deformation, $\lg p_f$, and the maximum allowable deformation; and this linear relationship becomes more obvious as the reliability level of the slope increases.

收稿日期: 2013-01-16; **修回日期:** 2013-03-06

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目(2011CB013506); 国家杰出青年科学基金项目(51225903); 教育部博士研究生学术新人奖资助项目(5052012206001)

作者简介: 蒋水华(1987-), 男, 2009年毕业于长春工程学院农业水利工程专业, 现为博士研究生, 主要从事岩土工程可靠度分析与风险控制方面的研究工作。E-mail: jiangshuihua-2008@163.com。通讯作者: 李典庆(1975-), 男, 现任教授、博士生导师。E-mail: dianqing@whu.edu.cn

Key words : slope engineering ; rock slopes ; deformation ; maximum allowable deformation ; time-variant reliability ; non-intrusive stochastic finite element method

1 引言

水利水电工程高边坡在服役过程中, 由于工程设计及施工质量问题、或是运行控制不当等原因, 如果高、陡边坡锚固系统在服役过程中发生性能劣化、结构老化, 就会引起边坡变形加剧, 稳定性条件恶化, 甚至发生边坡失稳破坏, 危及大坝及其他枢纽建筑物安全, 延误工期、丧失枢纽功能。严重时诱发大坝溃决, 造成库水漫顶、下游淹没、河道堵塞, 引起环境灾害和人员伤亡等重大工程事故。在大量工程实践中, 研究人员发现锚杆(索)失效和破坏的主要原因是钢筋和钢绞线等材料遭受应力腐蚀作用^[1]。虽然锚杆(索)在施工过程中采用了居中支架, 注浆液中掺入防腐剂等防腐技术措施, 但是由于边坡工程运行环境恶劣, 如地下水丰富且常含有大量对金属具有较强腐蚀性的侵蚀性物质(氯离子、硫酸根离子等), 在长期应力腐蚀作用下, 锚杆(索)的预应力会降低, 导致边坡变形逐渐加剧, 当变形量达到一定程度时, 就会造成边坡失稳。由于锚杆(索)腐蚀导致锚固系统性能劣化和失效事故时有发生, 如, 2010 年 4 月 25 日, 因锚固系统失效造成的台湾基隆滑坡就是典型的案例。因此, 有必要研究锚杆(索)腐蚀作用对边坡安全性能的影响。目前对锚杆(索)腐蚀作用下岩土结构物安全已有一些研究成果, 如彭衡和和邱贤辉^[2]基于锚杆长期腐蚀作用下边坡变形监测数据, 评价了边坡稳定性; T. L. Chau 等^[3]通过数值模拟, 研究了锚杆钢筋腐蚀作用对锚固挡土墙长期变形特征的影响。

与边坡稳定可靠度分析相比, 目前国内外关于边坡变形可靠度研究较少。主要原因如下: (1) 首先, 边坡稳定性分析方法, 如极限平衡分析、强度折减方法等发展较为成熟, 结合传统的可靠度分析方法很容易实现边坡可靠度分析。然而要获得边坡的变形、应力、应变信息, 则需要进行有限元分析, 而传统的可靠度分析方法很难与有限元分析结合起来。(2) 其次, 长期以来, 边坡稳定性系数概念易为工程师所接受, 基于稳定性系数的边坡临界失稳状态也较容易判定。相比之下, 边坡最大允许变形值视具体情况而异, 难以有个统一的判别标准, 这无疑增加了边坡变形可靠度分析的难度。幸运的是, 目前考虑结构物变形的可靠度分析方法已在其他岩

土结构工程中, 如地基基础、隧道和地下洞室等工程中得到了应用。M. Shinoda 等^[4]采用改进蒙特卡罗模拟方法, 研究了地震条件下土坡变形可靠度。D. S. Youssef Abdel Massih 和 A. H. Soubra^[5]利用响应面法分析了表面荷载作用下的条形基础变形可靠度。G. Mollon 等^[6-7]也采用响应面法分析了浅层圆形隧道变形可靠度和隧道开挖作用下的地表变形可靠度。李典庆等^[8]采用非侵入式随机有限元法进行了地下洞室变形可靠度分析。在考虑岩体参数空间变异性的基础上, 程勇刚等^[9]采用蒙特卡罗模拟方法随机模拟了隧道围岩的变形特征。上述研究为边坡变形可靠度分析奠定了一定的基础。

本文主要研究考虑时效特性的锚固岩质边坡变形可靠度分析方法。首先建立了腐蚀作用下锚杆锚固力随服役时间变化模型; 其次提出了基于非侵入式随机有限元法的边坡变形可靠度计算步骤。同时研究了锚固边坡变形失效概率与最大允许变形值之间的关系, 基于参数敏感性分析提出了边坡最大允许变形取值方法。最后以锚固岩质边坡变形可靠度问题为例, 证明了该方法在考虑时效特性的边坡变形可靠度分析中的有效性。

2 考虑时效特性的锚杆腐蚀模型

目前还未见直接研究锚杆腐蚀的模型, 鉴于混凝土结构钢筋腐蚀与锚杆腐蚀具有一定的相似性, 本文借鉴 K. A. T. Vu 和 M. G. Stewart^[10]提出的钢筋腐蚀模型作为锚杆腐蚀模型, 该模型不仅能够考虑钢筋握裹层厚度和注浆体水灰比对腐蚀作用的影响, 而且计算简单。K. A. T. Vu 和 M. G. Stewart^[10]认为: 当周围环境的相对湿度为 75% 左右, 平均温度为 20 ℃, 自锚杆钢筋遭受腐蚀作用开始后的第 t 年腐蚀速率 i_{cor} (m/a) 为

$$i_{\text{cor}}(t) = \frac{37.8 \times 10^{-3} (1 - w/c)^{-1.64}}{d_c} - 0.85t^{-0.29} \times 11.6 \times 10^{-6} \quad (1)$$

式中: d_c 为锚杆钢筋握裹层的厚度(m), w/c 为注浆体的水灰比。对式(1)进行积分可得锚杆钢筋服役 t 年期间的腐蚀量 $\Delta d(t)$ (m)。

需要指出的是, 将钢筋腐蚀模型借用于岩石锚杆可能存在以下局限性^[11]: (1) 难以反映一定条件下锚杆的应力腐蚀作用; (2) 难以反映锚固类结构

施工缺陷问题(如施工中水泥砂浆水灰比可能较大;锚杆(索)与孔壁部分接触,握裹层厚度为0);(3)难以反映锚固类结构所处的密闭潮湿、永久浸泡和干湿交替等多种工作环境。由于腐蚀作用的影响,锚杆自由段屈服抗力和锚固段锚杆与注浆体之间的界面黏结抗力均会随着腐蚀时间的延长而降低。腐蚀作用会导致锚杆钢筋截面积的减小。参考惠云玲等^[12]的腐蚀钢筋性能试验研究成果可知,当钢筋截面腐蚀率超过5%时,由于钢筋截面外边缘微坑蚀引起的应力集中作用影响,锚杆钢筋屈服强度会降低。因此,锚杆自由段屈服抗力的时变函数^[13]为

$$T_{i1}(t) = \frac{\pi}{4} d_b^2 [1 - \eta_s(t)] f_{y0} \alpha_{sr}(t) \quad (2)$$

式中: d_b 为锚杆直径(m), f_{y0} 为锚杆钢筋腐蚀前的初始屈服强度(kPa), $\eta_s(t)$ 为 t 时刻锚杆的截面腐蚀率, $\alpha_{sr}(t)$ 为 t 时刻腐蚀作用下锚杆钢筋屈服强度的时变折减系数。后两者计算表达式^[12]分别如下:

$$\eta_s(t) = \frac{d_b^2 - [d_b - \Delta d(t)]^2}{d_b^2} \quad (3)$$

$$\alpha_{sr}(t) = \frac{0.985 - 1.028\eta_s(t)}{1 - \eta_s(t)} \quad (4)$$

锚固段锚杆与注浆体界面黏结抗力的时变函数^[13]为

$$T_{i2}(t) = \pi d_b L_{ai} \tau_{b0} R(t) \quad (5)$$

式中: L_{ai} 为第 i 排锚杆的锚固长度(m); τ_{b0} 为锚杆与注浆体界面的初始黏结强度(kPa); $R(t)$ 为腐蚀作用下 t 时刻锚杆与注浆体界面黏结强度的时变衰减系数, 计算表达式^[14]如下:

$$R(t) = \begin{cases} 1 & (X_p(t) \leq 1.5\%) \\ 1.192 \exp[-0.117X_p(t)] & (X_p(t) > 1.5\%) \end{cases} \quad (6)$$

式中: $X_p(t)$ 为锚杆服役第 t 年时的质量腐蚀比例, 计算公式为

$$X_p(t) = \frac{d_b^2 - [d_b - 2\Delta d(t)]^2}{d_b^2} \quad (7)$$

由式(3), (4)和(6)可知, $\eta_s(t)$, $\alpha_{sr}(t)$, $R(t)$ 均为随时间变化的物理量, 只需通过对式(1)积分得到锚杆钢筋服役至某一时刻的腐蚀量 $\Delta d(t)$, 便可计算得到相应时刻 $\eta_s(t)$, $\alpha_{sr}(t)$, $R(t)$ 的量值。根据上述分析可得锚杆为边坡加固所提供的锚固力为

$$T_i(t) = \min \{T_{i1}(t), T_{i2}(t)\} \quad (8)$$

3 非侵入式随机有限元法

边坡的变形、应力、应变等信息通常需要进行

有限元分析才能获得, 相应的边坡输出响应量如节点位移、应力、应变等与基本物理力学参数(如弹性模量和泊松比等)之间没有显式函数关系的量, 输出响应量一般为物理力学参数的隐式非线性函数, 此时进行边坡变形可靠度分析需要借助随机有限元方法。对于一些较为复杂的边坡工程来说, 如需要模拟锚杆(索)的边坡锚固机制, 考虑降雨入渗过程、地震作用和岩体蠕变等, 有限元分析时间较长。传统的侵入式随机有限元法如 Taylor 级数展开法、摄动法、Neumann 级数展开方法等存在计算效率低、随机分析与有限元分析过程耦合等缺点。相比而言, 非侵入式随机有限元法^[8, 15]能够实现与商业有限元软件的有机结合, 且随机分析与常用有限元分析过程互不耦合, 具有较高的计算精度和效率。本文以岩土工程有限元分析软件 GeoStudio 为例, 介绍基于非侵入式随机有限元法的边坡时变变形可靠度分析的主要步骤。

3.1 建立边坡有限元模型

非侵入式随机有限元方法的第一步是将各随机变量取其均值, 在 Sigma/W 模块^[16]中建立确定性有限元分析模型, 赋材料类型, 划分单元网格, 离散结构单元, 施加边界条件、初始条件和外部荷载, 进行整体分析与求解, 并验证模型的正确性。其中, 多荷载步分析首先包括原位计算重力作用下的初始应力场分布, 然后通过荷载变形计算边坡变形量和应力、应变, 同时可将该荷载步的应力分析结果导入 Slope/W 模块^[17], 采用有限元滑面应力法^[18]计算边坡稳定性系数, 从而得到完全相对应的边坡变形和稳定性信息, 该方法计算步骤详见 J. Z. Zou 等^[18]的研究。将已建好的有限元和边坡稳定性分析模型文件另存为扩展名为.xml 的输入源文件, 同时可通过 xml 语言查看所定义源模型的所有信息。在此基础上, 修改与时间相关的输入参数(如锚杆锚固力、降雨入渗过程和岩体蠕变参数等), 从而得到时变可靠度分析中所需的每个时刻边坡有限元和稳定性分析模型的输入源文件。

3.2 Hermite 随机多项式拟合边坡输出响应量与输入参数间隐式函数关系

由于边坡有限元分析得到的边坡输出响应量与基本物理力学参数间是隐式非线性函数关系, 为了便于可靠度分析, 采用 Hermite 随机多项式展开 (polynomial chaos expansion, PCE) 建立边坡输出响应量 Y 与输入随机向量 ξ 间近似的显式函数关系, 相应的表达式^[8, 19]为

$$\begin{aligned}
 Y(\xi) = & a_0 \Gamma_0 + \sum_{i_1=1}^n a_{i_1} \Gamma_1(\xi_{i_1}) + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^{i_1} a_{i_1 i_2} \Gamma_2(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}) + \\
 & \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^{i_1} \sum_{i_3=1}^{i_2} a_{i_1 i_2 i_3} \Gamma_3(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \xi_{i_3}) + \dots + \\
 & \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^{i_1} \sum_{i_3=1}^{i_2} \dots \sum_{i_n=1}^{i_{n-1}} a_{i_1 i_2 \dots i_n} \Gamma_n(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_n}) \quad (9)
 \end{aligned}$$

式中： n 为输入随机变量的数目； $i_1 + i_2 + \dots + i_n = n$ ； $a_0, a_{i_1}, \dots, a_{i_1 i_2 \dots i_n}$ 为待定系数向量 a 的分量； $\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_n}$ 为独立标准正态随机向量 ξ 的分量，与独立标准正态空间中的线性无关概率配点^[20]相对应； $\Gamma_n(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_n})$ 为 n 维 n 阶 Hermite 多项式，其具体计算公式见 D. Q. Li 等^[19]的研究。

3.3 确定随机有限元模型的输入参数

考虑参数不确定性的有限元模型输入参数可通过原始空间输入随机变量与独立标准正态随机变量之间的等概率变换关系来实现。对于服从任意分布类型的随机变量可通过下式表达的等概率变换将其表示为标准正态随机变量的函数，如对于四参数 Beta 分布的输入随机变量 X 来说，它与标准正态变量 ξ 之间的等效变换关系为

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dt = \Phi(\xi) \quad (10)$$

式中： $F_X(x)$ ， $f_X(x)$ 分别为输入变量 X 的累积分布函数和概率密度函数； $\Phi(\xi)$ 为标准正态变量 ξ 的累积分布函数。四参数 Beta 分布 $f_X(x)$ 表达式为

$$f_X(x) = \frac{\Gamma(q+r)}{\Gamma(q)\Gamma(r)} \frac{(x-a)^{(q-1)}(b-x)^{(r-1)}}{(b-a)^{(q+r-1)}} \quad (a < x < b) \quad (11)$$

式中： $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数； q, r 均为 Beta 分布参数，它们与随机变量 X 的均值 μ_x 和标准差 σ_x 间的转换关系为

$$\begin{aligned}
 q = & \left[\frac{(\mu_x - a)(b - \mu_x)}{\sigma_x^2} - 1 \right] \left(\frac{\mu_x - a}{b - a} \right) \\
 r = & \left[\frac{(\mu_x - a)(b - \mu_x)}{\sigma_x^2} - 1 \right] \left(\frac{b - \mu_x}{b - a} \right) \quad (12)
 \end{aligned}$$

变量 X 与 ξ 间的变换可采用 Matlab 函数 $x = a + (b - a) * \text{betainv}(\text{normcdf}(ksi), q, r)$ 和 $ksi = \text{norminv}(\text{betacdf}(x - a)/(b - a), q, r)$ 直接实现。常用分布类型的随机变量与标准正态变量间映射关系式见 D. Q. Li 等^[19]的研究。此外，当输入参数是相关非正态随机变量时，可通过 Nataf 变换方法^[19]将其变换为独立标准正态随机变量。在建立输入随机变量与标准正态随机变量间函数关系之后，根据输入随机变量数

目 n 和 PCE 阶数 p ，可确定求解 PCE 待定系数所需要的独立标准正态空间线性无关概率配点及其数目，其数目 N_c 的计算公式为 $N_c = (n+p)!/(n! \times p!)$ ，再根据输入随机变量的均值、标准差以及相关系数矩阵等信息，通过 Nataf 变换方法将独立标准正态空间的概率配点转换为原始空间的配点，此原始空间的配点作为边坡有限元和稳定性分析模型的输入参数。将这些输入参数分别替换.xml 输入源文件中相应的材料和边界条件等参数均值，从而得到修改后的 N_c 个边坡有限元和稳定性分析模型输入文件。本文之所以采用线性无关概率配点^[20]，是因为由它们构成的系数矩阵能够达到行满秩，在求解多项式展开系数时线性方程组不会出现病态问题，而且可有效地减少确定性有限元分析的次数，提高了计算效率。

3.4 求解 PCE 待定系数

当随机多项式展开阶次和有限元模型输入文件确定后，就可以直接在 Sigma/W 模块和 Slope/W 模块中分别对这 N_c 个新模型输入文件进行有限元分析和边坡稳定性分析，该过程借助批处理软件 WinbatchTM 自动完成，求解之后得到 N_c 个相应的计算结果文件，再利用后处理模块中的 Matlab 函数 importdata 从计算结果文件中提取所需要的边坡输出响应量(如节点位移、应力、应变和稳定性系数等信息)。最后将上述 N_c 组独立标准正态空间线性无关概率配点与 N_c 个边坡输出响应量同时代入式(9)，建立线性方程组，求解 Hermite 多项式展开的待定系数 a 。进而可得到边坡输出响应量与输入参数间近似的显式函数表达式，建立边坡变形可靠度分析的功能函数。

3.5 计算边坡时变失效概率

当 PCE 待定系数确定后，基于 Hermite 多项式表达的显式功能函数也确定了。众所周知，显式表达的功能函数可靠度分析较为简便，常用的蒙特卡罗模拟(MCS)方法、FORM/SORM 方法等都可采用。本文采用 100×10^4 次抽样的 MCS 方法计算边坡失效概率，该抽样数目保证在边坡失效概率大于 10^{-4} 时计算精度满足要求。如果边坡失效概率小于 10^{-4} ，则需进一步增加抽样数目。特别值得指出的是，在计算边坡失效概率时，边坡输出响应量仅需要通过式(9)的显式函数表达式计算，无需进行复杂的边坡有限元计算，从而极大地提高了计算效率。此外，还可以容易获得边坡输出响应量的概率分布特征和前 4 阶统计矩，以及边坡输出响应量与输入参数间的相关性。

4 算例

以图 1 所示的锚固岩质边坡^[13, 21]为例说明文中方法的有效性。该边坡高 $H = 12\text{ m}$ ，坡面倾角 $\psi_f = 60^\circ$ ，边坡在表面荷载 $P = 300\text{ kPa}$ 的作用下沿一固定软弱滑动面滑动，该滑动面的倾角 $\psi_p = 35^\circ$ ，边坡后缘拉裂缝深度 $z = 4.35\text{ m}$ ，拉裂缝在坡顶面出露处距边坡眉线的距离 $B = 4\text{ m}$ 。岩体黏聚力为 67 kPa ，内摩擦角为 40° ，弹性模量为 5.0 GPa ，泊松比为 0.25 。由于边坡表面荷载可能包括一些不能控制或者难以控制的变异性较大的可变荷载，如人群荷载、车辆荷载、坡面堆货、风载和雪载等，故将边坡表面荷载视为随机变量。此外，与岩体相比，软弱滑动面的黏聚力 c 、内摩擦角 φ 、弹性模量 E 和泊松比 ν 的变异性较大^[22]，它们对边坡稳定性和变形影响较大，将它们也视为随机变量，其统计参数见表 1。为减少计算量，将其余参数视为常数。岩体、软弱滑动面和水的容重分别为 $\gamma_r = 26\text{ kN/m}^3$ ， $\gamma_s = 20\text{ kN/m}^3$ 和 $\gamma_w = 9.81\text{ kN/m}^3$ 。

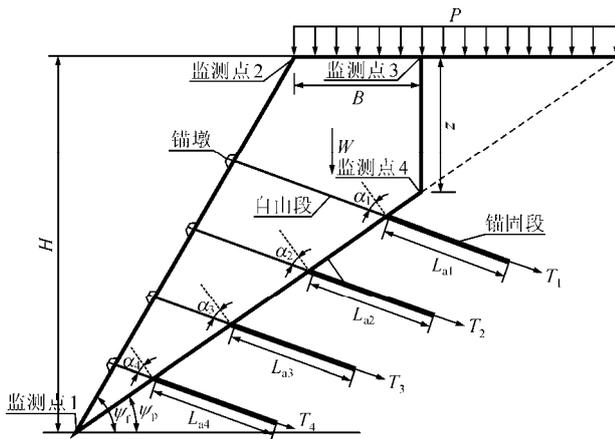


图 1 单滑动面锚固岩质边坡示意图

Fig.1 Illustration of an anchored rock slope with a single slip surface

表 1 随机变量的统计参数

Table 1 Statistical parameters of input random variables

随机变量	分布类型	均值	变异系数	来源
P	对数正态	300	0.10	B. Sudret 等 ^[23]
c	对数正态	20	0.30	陈昌富和成晓炜 ^[13] , G. Mollon 等 ^[6-7]
φ	Beta	32 [22, 42]	0.20	陈昌富和成晓炜 ^[13] , G. A. Fenton 和 D. V. Griffith ^[24]
E	对数正态	50 000	0.20	B. Sudret ^[23]
ν	均匀	0.3	0.15	B. Sudret ^[23]

注：边坡表面荷载 P ，软弱滑动面黏聚力 c 、内摩擦角 φ 、弹性模量 E 单位分别为 kPa ， kPa ， $(^\circ)$ ， kPa ；“ $[\]$ ”数据为四参数 Beta 分布随机变量 φ 的上、下限值。

为确保该岩质边坡稳定性，拟采用 4 排直径 $d_b = 28\text{ mm}$ 的预应力锚杆对边坡进行加固，每排锚杆的锚固角相同，与滑动面的法向夹角 α 均为 35° ，锚杆锚固长度 L_a 均为 4 m ，横向间距和纵向间距均为 2.5 m 。锚杆选择型号为 HRB400 的热轧带肋钢筋，屈服强度 $f_{y0} = 4.0 \times 10^5\text{ kPa}$ ，弹性模量 $E_b = 2.0 \times 10^8\text{ kPa}$ ，惯性矩 $I_b = 1.0 \times 10^{-8}\text{ m}^4$ 。锚杆与岩体间注浆体的黏结强度为 1000 kPa ，摩擦角为 40° 。注浆体的水灰比 $w/c = 0.3$ ，直径 $d_g = 120\text{ mm}$ ，相应的锚杆握裹层厚度 $d_c = 46\text{ mm}$ 。

4.1 考虑时效特性的锚杆锚固力分析

为考虑时效特性，假设锚杆的设计使用寿命为 100 a 。根据式(1)~(8)可得腐蚀作用下锚杆的锚固力随时间变化关系，如图 2 所示。该结果将作为确定性有限元和边坡稳定性分析的输入参数。由图 2 可见，锚杆在腐蚀作用下约前 50 a 为边坡所能提供的锚固力等于自由段锚杆的屈服抗力，并且随时间缓慢降低，由 243 kN 减小到 237 kN ；后 50 a 锚杆锚固力等于锚固段锚杆与注浆体界面间的黏结抗力，且随时间降低较快，由 237 kN 减小到 173 kN 。

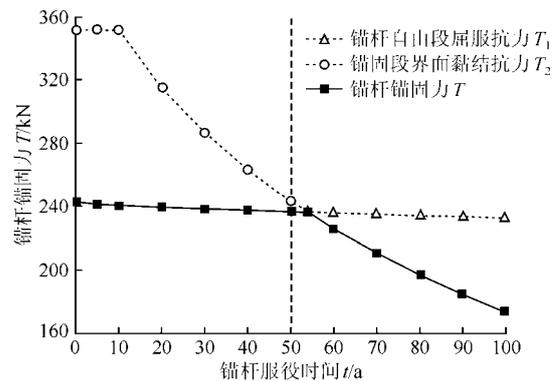


图 2 锚杆锚固力随服役时间的变化关系

Fig.2 Variation of anchored force of each rock bolt with service time

4.2 边坡有限元模型

本文采用理想弹塑性模型和 Mohr-Coulomb 屈服准则，首先将随机变量取其均值，在 Sigma/W 模块中按平面应变问题建立有限元模型。模型边界条件为边坡下部边界固定、右侧水平向约束、左侧(坡面)为自由边界、上部(坡顶)施加均布表面荷载。单元类型选用三节点三角形和四节点四边形二维混合实体结构单元，总共剖分为 $4\ 322$ 个单元和 $4\ 227$ 个节点。锚杆自由段采用集中力+两节点结构杆(bar)单元方法^[16, 25-26]模拟，同时，锚固段锚杆、注浆体和岩体间的黏结作用分别采用两节点结构梁(beam)单元^[16, 25]和滑面模型^[16](slip surfaces)模拟，有限元计

算模型如图 3 所示。然后，按自重作用下的静力平衡进行原位计算得到初始应力场分布。再将所有节点位移清零，输入锚杆各个服役时刻的锚杆锚固力，通过荷载变形计算得到在表面荷载和锚杆加固共同作用下的边坡变形及应力-应变结果。然后，将上一荷载步由 Sigma/W 模块计算的应力-应变结果导入到 Slope/W 模块中，采用有限元滑面应力法^[18]进行边坡稳定性分析，得到边坡初始稳定性系数为 1.23，说明边坡处于稳定状态。

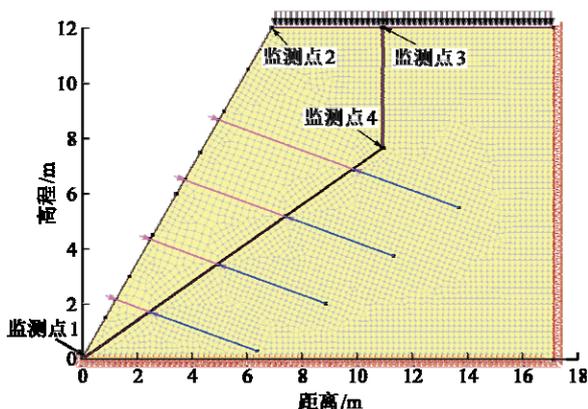
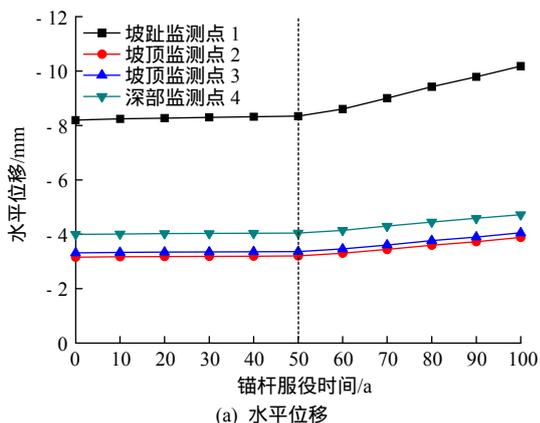


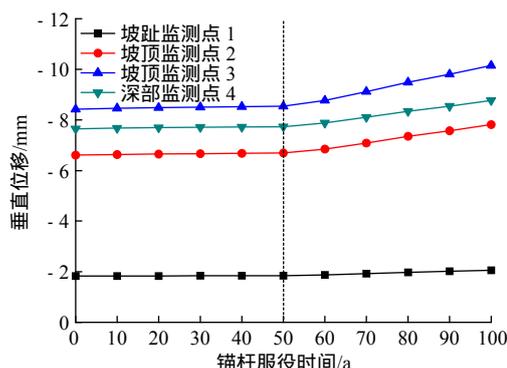
图 3 边坡有限元计算模型

Fig.3 Finite element model of anchored rock slope

为了有效地分析锚杆腐蚀作用下锚固边坡变形情况，分别选取坡趾处变形监测点 1 和坡顶处监测点 2 与 3。同时，为了反映锚固边坡内部变形大小及其发展方向，在岩体深部靠近软弱滑动面处选取监测点 4，各监测点的位置如图 3 所示。采用有限元分析可得各监测点变形值。图 4(a)和(b)分别给出了锚杆腐蚀作用下边坡 4 个监测点处的水平位移和垂直位移随锚杆服役时间的变化关系曲线。可以看出，坡趾处监测点 1 的水平位移量最大，坡顶靠近张裂缝处监测点 3 的垂直位移量最大，相比之下，其余各监测点的变形值较小。边坡初始时刻最大水平位移和最大垂直位移分别出现在坡趾监测点 1 处和坡顶监测点 3 处，相应的量值分别为 8.2 和 8.4 mm。



(a) 水平位移



(b) 垂直位移

图 4 边坡监测点处的水平和垂直位移随锚杆服役时间的变化关系

Fig.4 Variations of horizontal and vertical displacements of slope at four monitoring points with the service time of rock bolts

此外，监测点 1 的水平位移和监测点 3 的垂直位移在后 50 a 有明显增加，当锚杆服役至 100 a 时，边坡的最大水平和垂直位移分别为 10.2 和 10.1 mm。可见，监测点 1 的水平位移和监测点 3 的垂直位移量是控制边坡安全的关键点。因此，在进行边坡变形可靠度分析时，可基于这 2 个关键点的位移建立边坡变形可靠度分析的功能函数。

4.3 边坡变形可靠度分析

下面采用基于线性无关概率配点法的非侵入式随机有限元法进行边坡时变变形可靠度分析。首先需要确定合适阶次的 Hermite 多项式展开来拟合边坡输出响应量(最大水平和垂直位移量)与输入随机变量之间的隐式非线性函数关系，从而得到显式表达函数关系。非侵入式随机有限元法自身具有良好的收敛性^[8, 15]，选用的 Hermite 多项式展开(PCE)阶次越高，则对输出响应量与输入随机变量间的隐式函数关系拟合得越准确，即越能反映边坡的实际变形与稳定性情况，但是相应的计算量会成指数倍增加。图 5 给出了采用 2~4 阶 PCE 拟合初始时刻边坡最大水平位移和垂直位移与输入变量间的隐式非线性函数关系，再在此基础上采用 100×10^4 次 MCS 得到最大水平和垂直位移的累积分布函数曲线。可见，3 阶和 4 阶 PCE 累积分布函数曲线基本重合，而 2 阶 PCE 精度明显不够。3 阶 PCE 可以满足精度要求，与 4 阶 PCE 需要进行 126 次有限元分析相比，3 阶 PCE 只需要进行 56 次有限元分析，计算效率具有明显的优势。因此，采用 3 阶 PCE 拟合边坡输出响应量与输入变量间的隐式函数关系，在此基础上采用 MCS 方法进行边坡变形可靠度分析。

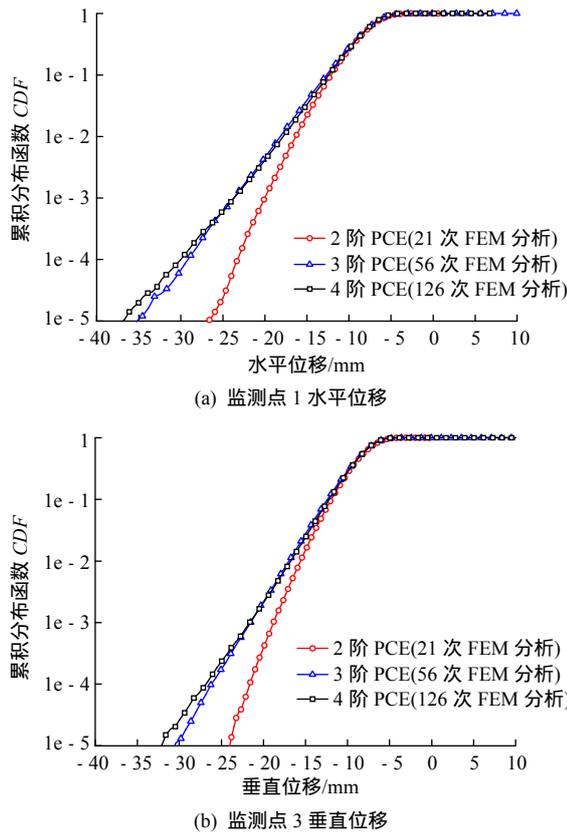


图5 边坡初始时刻最大水平和垂直位移的累积分布函数

Fig.5 Cumulative distribution functions for maximum horizontal and vertical displacements of slope at initial service of rock bolts

边坡工程正常使用极限状态设计需要采用边坡最大允许变形值作为边坡设计依据,即以边坡最大水平或垂直位移量超过最大允许变形值作为安全控制标准^[4]。在进行边坡监测预警时,如果监测点的位移量达到或超过边坡最大允许变形值,就预示边坡可能失稳,相应的功能函数^[4-6]为

$$G(T_i(t), P, c, \varphi, E, v) = u_{\max} - u(T_i(t), P, c, \varphi, E, v) \quad (13)$$

式中: u_{\max} 为边坡最大允许变形值; $u(T_i(t), P, c, \varphi, E, v)$ 为表面荷载作用下锚固边坡的最大水平或者垂直位移量,其中 $T_i(t)$ 由式(8)计算。当以监测点1的最大水平位移量建立功能函数(式(13))时,称之为水平方向正常使用极限状态。当以监测点3的最大垂直位移量建立功能函数(式(13))时,称之为垂直方向正常使用极限状态。

由式(13)可知,当采用 PCE 建立边坡最大位移量与输入参数间显式函数表达式后,如果已知边坡最大允许变形值,就可以确定边坡失效概率。然而,边坡最大允许变形值是一个非常具有挑战性的问题,国内外对此研究的较少,也没有一个统一的标

准。张宁^[27]初步研究了工程高边坡变形量预警标准,王超^[28]通过试验得出了边坡位移最大允许值为 31 mm, M. Shinoda 等^[4]假定地震条件下边坡允许变形值取为 500 mm。在其他岩土结构物可靠度分析时,对岩土结构物最大允许变形值的选取也各不相同,如 D. S. Youssef Abdel Massih 和 A. H. Soubra^[5]将条形基础允许沉降量取为 100 mm, G. Mollon 等^[6]将圆形隧道顶部允许沉降量取为 5 mm, G. Mollon 等^[7]将地表水平和垂直允许变形值分别取为 15 和 30 mm,李典庆等^[8]将地下洞室允许变形值取为 15 mm。因此,非常有必要探索边坡的最大允许变形值确定方法。

对于边坡稳定可靠度问题,通常将边坡稳定系数小于 1.0 视作边坡失稳。为此,下文首先通过对软弱滑动面的抗剪强度参数 c 和 φ 进行敏感性分析,即在 c 和 φ 均值 μ_c 和 μ_φ 附近分别取正负 1~3 倍标准差,通过确定性分析建立边坡最大水平和垂直位移量与稳定系数间的对应关系,取稳定系数 1.0 对应的边坡最大位移量作为边坡临界允许变形值,结果如图 6 所示。由图 6 可知,初始状态时,稳定系数

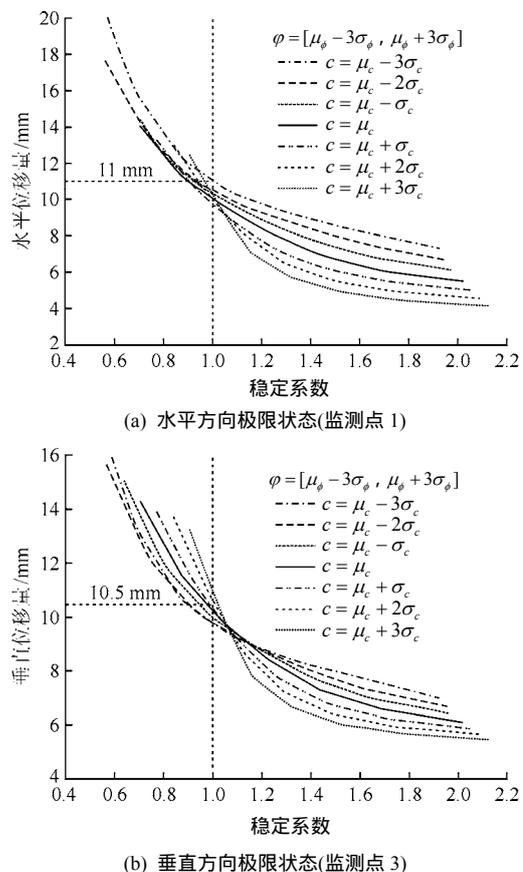
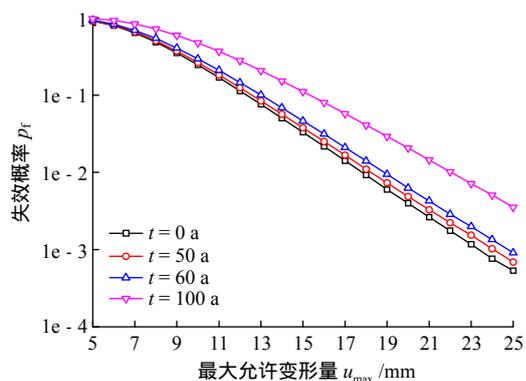


图6 边坡初始时刻最大位移量与稳定性系数之间的变化关系

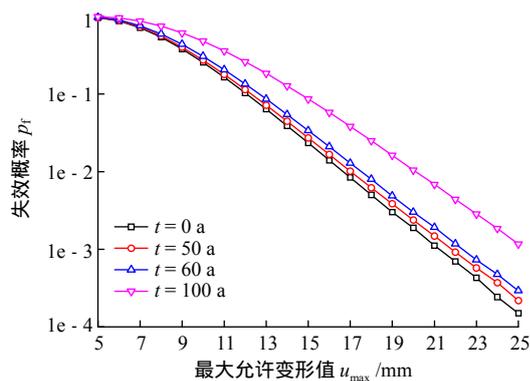
Fig.6 Relationships between the maximum displacement and factor of slope stability at initial service of rock bolts

1.0 处对应的边坡最大水平和垂直位移量存在波动范围，与敏感性分析参数的取值有关，平均值大约分别为 11.0 和 10.5 mm；同理可得锚杆服役至 100 a 时，稳定系数 1.0 处对应的边坡最大水平和垂直位移量平均值大约分别为 13.0 和 12.5 mm。

下面进一步研究边坡变形失效概率与边坡最大允许变形值之间的关系。图 7 给出了锚杆腐蚀作用下边坡变形失效概率与边坡最大允许变形值的变化曲线。可见，前 50 a 边坡变形失效概率变化缓慢，后 50 a 边坡变形失效概率明显增加。此外，边坡变形失效概率的常用对数 $\lg p_f$ 与边坡最大允许变形值 u_{\max} 之间存在近似线性关系，并且随着边坡可靠度水平增加，该线性关系表现得越明显，这对于基于可靠度理论的边坡工程设计具有重要的参考价值，据此可以根据可靠度设计水平确定相应的边坡最大允许变形值。



(a) 水平方向极限状态



(b) 垂直方向极限状态

图 7 边坡失效概率与最大允许变形值之间的变化关系
Fig.7 Change relationships of failure probability with the maximum allowable deformation of slope

5 结 论

采用非侵入式随机有限元法研究了锚杆腐蚀作用下岩质边坡变形可靠度问题，提出了基于参数敏感性分析的边坡最大允许变形取值方法，以锚固岩

质边坡为例证明了本文方法的有效性。可以得出以下主要结论：

(1) 非侵入式随机有限元方法只需进行 56 次边坡有限元分析就能很好地拟合边坡输出响应量与输入参数间的隐式非线性函数关系，该方法具有较高的计算精度和效率，为考虑时效特性的边坡变形可靠度分析提供了一条有效的途径。

(2) 对于研究的锚固岩质边坡变形可靠度问题，在锚杆服役的前期(约前 50 a)锚杆锚固力和边坡变形失效概率的变化均较小；相比之下，在锚杆服役后期，锚固力和边坡变形失效概率的变化较明显。

(3) 考虑时效特性的边坡变形失效概率常用对数 $\lg p_f$ 与边坡最大允许变形值之间存在近似线性关系，而且随着边坡可靠度水平的增加，该线性关系表现得越明显，这为基于边坡可靠度设计水平确定边坡最大允许变形值奠定了一定的基础。

(4) 与边坡稳定性分析不同，边坡变形计算时由于坡体不同点的变形不一样，目前国内外还没有很好的处理办法进行边坡变形可靠度分析，它仍然是一个极具挑战性的问题。本文尝试采用关键点的最大点位移进行边坡变形可靠度分析，严格意义上说，只是计算了点变形可靠度，不能反映边坡整体失稳状态。下一步将探索从边坡系统可靠度角度研究边坡变形可靠度问题。

参考文献(References)：

- [1] 李英勇, 张顶立, 张宏博, 等. 边坡加固中预应力锚索失效机制与失效效应研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 144-150.(LI Yingyong, ZHANG Dingli, ZHANG Hongbo, et al. Research on failure mechanism and effects of prestressed anchor cables for reinforcing slopes[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(1): 144-150.(in Chinese))
- [2] 彭衡和, 邱贤辉. GFRP 锚杆加固高速公路红砂岩边坡的工程实例分析[J]. 公路工程, 2008, 33(4): 114-117.(PENG Henghe, QIU Xianhui. Case study on GFRP bolts reinforcing red-sand stone slope in expressway[J]. Chinese Journal of Highway Engineering, 2008, 33(4): 114-117.(in Chinese))
- [3] CHAU T L, BOURGEOIS E, CORFDIR A. Finite element analysis of the effect of corrosion on the behavior of reinforced earth walls[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2012, 36(15): 1741-1756.
- [4] SHINODA M, HORII K, YONEZAWA T, et al. Reliability-based seismic deformation analysis of reinforced soil slopes[J]. Soils and Foundations, 2006, 46(4): 477-490.
- [5] YOUSSEF ABDEL MASSIH D S, SOUBRA A H. Reliability-based analysis of strip footings using response surface methodology[J].

- International Journal of Geomechanics, 2008, 8(2): 134–143.
- [6] MOLLON G, DIAS D, SOUBRA A H. Probabilistic analysis of circular tunnels in homogeneous soils using response surface methodology[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, 135(9): 1314–1325.
- [7] MOLLON G, DIAS D, SOUBRA A H. Probabilistic analysis of tunneling-induced ground movements[J]. Acta Geotechnica, 2012, DOI 10.1007/s11440-012-0182-7.
- [8] 李典庆, 蒋水华, 周创兵. 基于非侵入式随机有限元法的地下洞室可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(1): 123–129.(LI Dianqing, JIANG Shuihua, ZHOU Chuangbing. Reliability analysis of underground rock caverns using non-intrusive stochastic finite element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(1): 123–129.(in Chinese))
- [9] 程勇刚, 常晓林, 李典庆. 考虑岩体空间变异性的隧洞围岩变形随机分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(增1): 2767–2775.(CHENG Yonggang, CHANG Xiaolin, LI Dianqing. Deformation stochastic analysis of tunnel surrounding rock considering its spatial randomness[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(Supp.1): 2767–2775.(in Chinese))
- [10] VU K A T, STEWART M G. Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models[J]. Structural Safety, 2000, 22(4): 313–333.
- [11] 曾宪明, 陈肇元, 王靖涛. 锚固类结构安全性与耐久性问题探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(13): 2235–2242.(ZENG Xianming, CHEN Zhaoyuan, WANG Jingtao. Research on safety and durability of bolt and cable-supported structures[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(13): 2235–2242.(in Chinese))
- [12] 惠云玲, 林志伸, 李荣. 锈蚀钢筋性能试验研究分析[J]. 工业建筑, 1997, 27(6): 10–14.(HUI Yunling, LIN Zhisheng, LI Rong. Experimental study and analysis on the property of corroded rebar[J]. Chinese Journal of Industrial Construction, 1997, 27(6): 10–14.(in Chinese))
- [13] 陈昌富, 成晓炜. 双滑块边坡锚固系统时变可靠性分析[J]. 岩土力学, 2012, 33(1): 197–203.(CHEN Changfu, CHENG Xiaowei. Time-varying reliability analysis of anchor system of rock slopes with double slide blocks[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(1): 197–203.(in Chinese))
- [14] BHARGAVA K, GHOSH A K, MORI Y, et al. Corrosion-induced bond strength degradation in reinforced concrete-analytical and empirical models[J]. Nuclear Engineering and Design, 2007, 237(11): 1140–1157.
- [15] BERVEILLER M, SUDRET B, LEMAIRE M. Stochastic finite elements: a non intrusive approach by regression[J]. European Journal of Computational Mechanics, 2006, 15(1/2/3): 81–92.
- [16] GEO-SLOPE International Ltd. Stress-Deformation Modeling with SIGMA/W 2007 Version: an engineering methodology[M]. Calgary, Alberta, Canada: GEO-SLOPE International Ltd., 2010: 143–224.
- [17] GEO-SLOPE International Ltd.. Stability modeling with SLOPE/W 2007 Version: an engineering methodology[M]. Calgary, Alberta, Canada: GEO-SLOPE International Ltd., 2010: 69–76.
- [18] ZOU J Z, WILLIAMS D J, XIONG W L. Search for critical slip surfaces based on finite element method[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1995, 32(2): 233–246.
- [19] LI D Q, CHEN Y F, LU W B, et al. Stochastic response surface method for reliability analysis of rock slopes involving correlated non-normal variables[J]. Computers and Geotechnics, 2011, 38(1): 58–68.
- [20] 蒋水华, 李典庆, 周创兵. 随机响应面法最优概率配点数目分析[J]. 计算力学学报, 2012, 29(3): 345–351.(JIANG Shuihua, LI Dianqing, ZHOU Chuangbing. Optimal probabilistic collocation points for stochastic response surface method[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2012, 29(3): 345–351.(in Chinese))
- [21] SHUKLA S K, HOSSAIN M M. Stability analysis of multi-directional anchored rock slope subjected to surcharge and seismic loads[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2011, 31(5/6): 841–844.
- [22] TANG X S, LI D Q, RONG G, et al. Impact of copula selection on geotechnical reliability under incomplete probability information[J]. Computers and Geotechnics, 2013, 49: 264–278.
- [23] SUDRET B. Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansion[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2008, 93(7): 964–979.
- [24] FENTON G A, GRIFFITH D V. Bearing capacity prediction of spatially random $c-\phi$ soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, 40(1): 54–65.
- [25] 徐前卫, 尤春安, 朱合华. 预应力锚索的三维数值模拟及其锚固机制分析[J]. 地下空间与工程学报, 2005, 1(2): 214–218.(XU Qianwei, YOU Chun'an, ZHU Hehua. Research on 3D numerical simulation of prestressed anchor cable and its anchoring mechanism[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2005, 1(2): 214–218.(in Chinese))
- [26] 李宁, 张鹏, 于冲. 边坡预应力锚索加固的数值模拟方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(2): 254–261.(LI Ning, ZHANG Peng, YU Chong. Research on method of numerical simulation of prestressed anchor cable in slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(2): 254–261.(in Chinese))
- [27] 张宁. 工程高边坡变形量预警标准研究[硕士学位论文][D]. 北京: 北京交通大学, 2009.(ZHANG Ning. Research on early warning standard of deformation for high engineering slope[M. S. Thesis][D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2009.(in Chinese))
- [28] 王超. 岩质边坡变形量预警标准分析[J]. 科技资讯, 2011, (10): 93.(WANG Chao. Early warning standard analysis of rock slope deformation[J]. Chinese Journal of Science and Technology Information, 2011, (10): 93.(in Chinese))