

岩石隧道塑性位移新解

张常光¹, 徐 飞², 张庆贺^{3,4}, 张振光²

(1. 长安大学 建筑工程学院, 陕西 西安 710061; 2. 上海市市政第一工程有限公司, 上海 200083;
3. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 4. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘要: 在统一强度理论和弹脆塑性模型的基础上, 考虑塑性区围岩弹性模量的变化、中间主应力效应、围岩应变软化和剪胀等影响, 推导了深埋圆形岩石隧道塑性位移新解。文中的隧道位移新解具有广泛的理论意义, 可根据具体工程实际情况, 进行多种合理选择。经工程算例分析可知, 由塑性区半径相关的弹性模量计算得到的位移处于上、下限之间, 反映了隧道开挖卸荷扰动影响的距离变化, 更符合隧道变形真实情况, 并得出统一强度理论参数和剪胀特性参数对塑性区位移的影响规律。研究结果表明: 隧道塑性区位移受中间主应力、围岩剪胀特性和塑性区弹性模量的影响显著, 三者相互影响, 共同作用。

关键词: 隧道工程; 统一强度理论; 半径相关的弹性模量; 剪胀

中图分类号: U 45

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2011)增 2 - 3551 - 06

NEW PLASTIC SOLUTION FOR DISPLACEMENT OF ROCK TUNNELS

ZHANG Changguang¹, XU Fei², ZHANG Qinghe^{3,4}, ZHANG Zhengguang²

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710061, China; 2. Shanghai No.1 Municipal Engineering Co. Ltd., Shanghai 200083, China; 3. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 4. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on the unified strength theory and the elastic-brittle-plastic model, the new plastic solution for displacement of deep circular tunnels in rock is deduced. The influence of the elastic modulus variation in the plastic zone, intermediate principal stress, rock softening and shear dilation is all involved in this new formula. The new displacement solution obtained in this paper has a broadly theoretical meaning. More reasonable choices could be made according to the actual engineering situations. By analyzing an engineering case, the tunnel displacement calculated with the radius-dependent Young's modulus is between the upper and lower bounds, which reflects the distance changes of the tunnel excavation unloading affect and is more consistent with the true situation of tunnel deformation. The effects of the unified strength theory parameter and shear dilation characteristic parameter on the tunnel displacement in the plastic zone are discussed. It is shown that the intermediate principal stress, shear dilation and the elastic modulus in the plastic zone have a significant effect on the tunnel plastic displacement, in which these three aspects influence each other and work together.

Key words: tunnelling engineering; unified strength theory; radius-dependent elastic modulus; shear dilation

1 引言

隧道开挖卸荷, 对围岩扰动产生应力集中, 使

部分围岩进入塑性状态, 围岩抗剪强度参数和弹性模量均发生变化, 且塑性区围岩具有明显的剪胀特性^[1]。当前对隧道位移的弹塑性分析, 多是对理想弹塑性模型, 采用 Mohr-Coulomb(M-C)或 Hoek-

收稿日期: 2010 - 01 - 20; **修回日期:** 2010 - 09 - 28

作者简介: 张常光(1982 -), 男, 博士, 2005年毕业于长安大学土木工程专业, 现任讲师, 主要从事地下结构和结构强度理论方面的教学与研究。E-mail: zcg1016@163.com

Brown(H-B)屈服准则^[2-5]，没有考虑塑性区围岩材料性质的变化和中间主应力的影响，与隧道实际变形情况存在较大差异。实际上，处于塑性区的围岩除黏聚力和内摩擦角降低外，弹性模量也发生了质的变化，其值较弹性区围岩的弹性模量小，且不再是常数，而是与距隧道中心的距离或塑性区的小主应力有关^[6-8]。现有隧道位移解答多是没有区分围岩塑性区和弹性区的弹性模量的不同^[2-4]，或将其设为比弹性区弹性模量小的常数^[5]，这些方法均不符合隧道受扰变形的机制。统一强度理论合理地考虑了中间主应力效应^[9]，且数学表达简洁、易于得到显示解析解，已广泛地应用于工程中^[10-14]。本文基于统一强度理论和弹脆塑性模型，合理考虑塑性区围岩弹性模量的变化、中间主应力效应、围岩应变软化和剪胀等影响，建立深埋圆形岩石隧道弹塑性位移新解，着重分析塑性区弹性模量的变化、中间主应力和剪胀特性对隧道位移的影响特性。

2 基本假定

本文做如下基本假定：

(1) 围岩均匀、连续、各向同性，受各向等值初始地应力作用，处于平面应变状态。

(2) 围岩为弹脆塑性材料，以压应力为正，其塑性软化前、后的统一强度理论表达式^[9-10]为

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \varphi_j + c_j \cos \varphi_j \quad (1a)$$

其中，

$$\sin \varphi_j = \frac{2(1+b)\sin \varphi_j}{2+b(1+\sin \varphi_j)} \quad (1b)$$

$$c_j = \frac{2(1+b)c_j \cos \varphi_j}{2+b(1+\sin \varphi_j) \cos \varphi_j} \cdot 1 \quad (1c)$$

$$b = \frac{(\sigma_c + \sigma_t)\tau_s - \sigma_t \sigma_c}{\sigma_c(\sigma_t - \tau_s)} \quad (1d)$$

式中： $j=i$ 表示应变软化前， $j=r$ 表示应变软化后； c_i ， φ_i 分别为统一黏聚力和统一内摩擦角； σ_t ， σ_c 和 τ_s 分别为抗拉强度、抗压强度和抗剪强度； b 为统一强度理论参数，且有 $0 \leq b \leq 1$ ，其值可由相关材料参数确定，反映中间主剪应力及其面上的正应力对材料屈服或破坏的影响程度，即中间主应力效应。不同的 b 值对应着不同的屈服准则， $b=0$ 时统一强度理论退化为M-C屈服准则， $b=1$ 时为双剪应力屈服准则， $0 < b < 1$ 时为一系列新的屈服准则。

(3) 围岩塑性区体积应变不等于0，具有明显的

剪胀特性。采用线性剪胀模型，位移以指向洞内为正，设 β 为剪胀特性参数，则塑性应变 ε_1^p 与 ε_3^p 的关系^[1]为

$$\beta \varepsilon_1^p + \varepsilon_3^p = 0 \quad (2a)$$

其中，

$$\beta = (1 + \sin \psi) / (1 - \sin \psi) \quad (2b)$$

式中： ψ 为剪胀角，一般小于或等于内摩擦角 φ 。

(4) 围岩塑性区的泊松比 ν_r 为一常数；弹性模量与隧道半径相关，其幂函数表达式^[6]为

$$E(r) = E_r (r/a)^n, \quad n = \log(E/E_r) / \log(R/a) \quad (3)$$

式中： E 为弹性区的弹性模量； E_r 为塑性区内边界 $r=a$ 处的弹性模量； a ， R 分别为隧道半径和塑性区半径。

3 隧道位移新解

设圆形隧道内表面受支护力 p_{in} 作用，无穷远处受均匀地应力 p_0 作用，如图1所示。

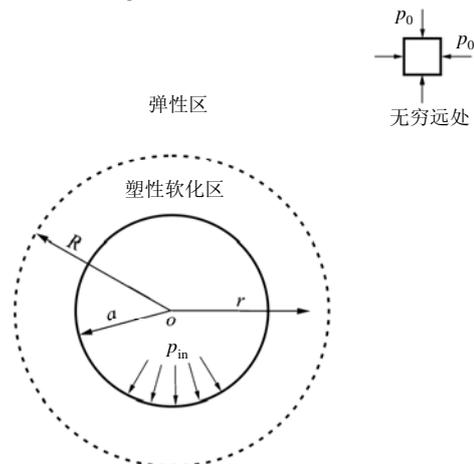


图1 隧道力学模型

Fig.1 Mechanical model of the tunnel

在围岩塑性区内， $\sigma_1 = \sigma_\theta$ ， $\sigma_3 = \sigma_r$ ，应力平衡微分方程为

$$d\sigma_r / dr + (\sigma_r - \sigma_\theta) / r = 0 \quad (4)$$

式中： σ_r ， σ_θ 分别为径向应力和环向应力。

由式(1)($j=r$)和式(4)，并以 $\sigma_r|_{r=a} = p_{in}$ 为应力边界条件，解得塑性区应力为

$$\sigma_r = (p_{in} + c_r \cot \varphi_r)(r/a)^{C_0} - c_r \cot \varphi_r \quad (5a)$$

$$\sigma_\theta = \alpha_r (p_{in} + c_r \cot \varphi_r)(r/a)^{C_0} - c_r \cot \varphi_r \quad (5b)$$

其中，

$$C_0 = \frac{4(1+b)\sin \varphi_r}{(2+b)(1-\sin \varphi_r)} \quad (5c)$$

$$\alpha_r = \frac{(2+b) + (2+3b)\sin\varphi_r}{(2+b)(1-\sin\varphi_r)} \quad (5d)$$

围岩弹性区的应力为

$$\sigma_r = p_0 - (p_0 - p_y)R^2 / r^2, \quad \sigma_\theta = p_0 + (p_0 - p_y)R^2 / r^2 \quad (6)$$

式中： p_y 为围岩弹性极限荷载统一解，当支护力 $p_{in} < p_y$ 时，围岩进入塑性，出现弹塑性变形。

在弹塑性交界 $r = R$ 处，围岩弹性区的应力满足初始屈服方程式(1)($j = i$)，且径向应力 σ_r 连续，整理得围岩塑性区半径 R 为

$$\frac{R}{a} = \left(\frac{p_y + c_r \cot\varphi_r}{p_{in} + c_r \cot\varphi_r} \right)^{\frac{1}{C_0}} \quad (7a)$$

其中，

$$p_y = \frac{2p_0 - Y}{1 + \alpha}, \quad \alpha = \frac{(2+b) + (2+3b)(1 + \sin\varphi_i)}{(2+b)(1 - \sin\varphi_i)} \quad (7b)$$

$$Y = \frac{4(1+b)c_i \cos\varphi_i}{(2+b)(1 - \sin\varphi_i)} \quad (7c)$$

围岩弹塑性交界 $r = R$ 处的位移为

$$u_R = (1 + \nu)(p_0 - p_y)R / E \quad (8)$$

式中： E ， ν 分别为围岩弹性区的弹性模量和泊松比。

在围岩塑性区内， $\varepsilon_1 = \varepsilon_\theta$ ， $\varepsilon_3 = \varepsilon_r$ ，由式(2)可得

$$\begin{aligned} \beta\varepsilon_\theta + \varepsilon_r &= \beta(\varepsilon_\theta^p + \varepsilon_\theta^e) + (\varepsilon_r^p + \varepsilon_r^e) = \\ &(\beta\varepsilon_\theta^p + \varepsilon_r^p) + (\beta\varepsilon_\theta^e + \varepsilon_r^e) = \beta\varepsilon_\theta^e + \varepsilon_r^e \end{aligned} \quad (9)$$

围岩塑性区的弹性应变为

$$\varepsilon_r^e = \frac{1 + \nu_r}{E(r)} [(1 - \nu_r)(\sigma_r - p_0) - \nu_r(\sigma_\theta - p_0)] \quad (10a)$$

$$\varepsilon_\theta^e = \frac{1 + \nu_r}{E(r)} [(1 - \nu_r)(\sigma_\theta - p_0) - \nu_r(\sigma_r - p_0)] \quad (10b)$$

式中： $E(r)$ 为围岩塑性区的变化弹性模量， ν_r 为围岩塑性区的泊松比。

将 $\varepsilon_r = du / dr$ ， $\varepsilon_\theta = u / r$ 及式(10)代入式(9)，并以围岩弹塑性交界 $r = R$ 处的位移 u_R 为位移边界条件，整理得隧道塑性区的位移为

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{r^\beta} \int_R^r r^\beta (\varepsilon_r^e + \beta\varepsilon_\theta^e) dr + u_R (R / r)^\beta = \\ &\frac{1}{r^\beta} \int_R^r r^\beta f(r) dr + u_R (R / r)^\beta \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} f(r) &= \frac{1 + \nu_r}{E(r)} [(1 - \nu_r - \beta\nu_r)\sigma_r + (\beta - \nu_r - \beta\nu_r)\sigma_\theta - \\ &(1 - 2\nu_r)(\beta + 1)p_0] \end{aligned} \quad (11b)$$

将式(3)，(5)，(8)代入式(11a)，积分得

$$\frac{u}{r} = \frac{1}{r^{\beta+1}} \left\{ \frac{(1 + \nu)(p_0 - p_y)R^{\beta+1}}{E} + \frac{(1 + \nu_r)}{E_r} [D_1(r^{\beta+C_0+1-n} - R^{\beta+C_0+1-n}) + D_2(r^{\beta+1-n} - R^{\beta+1-n})] \right\} \quad (12a)$$

其中，

$$D_1 = \frac{[1 - (1 + \alpha_r)\nu_r + \beta(\alpha_r - \nu_r - \alpha_r\nu_r)](p_{in} + c_r \cot\varphi_r)}{(\beta + C_0 + 1 - n)a^{C_0-n}} \quad (12b)$$

$$D_2 = \frac{-(1 - 2\nu_r)(\beta + 1)(p_0 + c_r \cot\varphi_r)}{(\beta + 1 - n)a^{-n}} \quad (12c)$$

式(12)即为考虑围岩塑性区弹性模量的变化、中间主应力效应、围岩应变软化和剪胀等综合影响的深埋圆形岩石隧道塑性位移新解。当统一强度理论参数 $b = 0$ 时，本文新解退化为基于 M-C 屈服准则解； $n = 0$ ，不考虑围岩塑性区弹性模量的半径相关，认为整个塑性区均为 E_r ； $n = 0$ ， $E_r = E$ ，即围岩塑性区弹性模量与弹性区的弹性模量相等； $c_r = c_i = c$ ， $\varphi_r = \varphi_i = \varphi$ ，不考虑围岩应变软化； $\beta = 1$ ，不考虑围岩剪胀。因此本文隧道位移新解对各影响因素采取不同的考虑时，则可退化为众多已有解答，具有很好的可比性和适用性。可根据具体工程实际情况，进行多种合理选择。

4 算例及参数影响分析

深圳地铁 2#线土建 2204 标东港路站——招商东路站区间隧道中间段左线 147.5 m、右线 287.0 m 范围内穿越③中等风化岩和④未风化岩(抗压强度最高达 150 MPa，平均为 85.6 MPa)，两端的浅埋段为强风化的破碎岩层或残积土层，目前国内外仅靠复合型土压或泥水平衡盾构机对岩石单轴抗压强度大于 80 MPa 的地层施工，还没有成功的先例，故本区间采用“矿山法+盾构法”复合工法施工，即先在区间隧道中部施作一个工作竖井，在上述里程内用矿山法施工初衬隧道，然后从东港路站向招商东路站进行盾构法施工，穿越已有矿山法隧道，以管片作为二次衬砌，并向盾构管片隧道和矿山法隧道初衬间压注背填材料。“矿山法+盾构法”复合工法的关键技术之一就是初衬隧道的位移监测和变形控制，如果变形较大，将对后续盾构空推产生不利影响。隧道半径 a 为 2.7 m，初始地应力 p_0 为岩石单轴抗压强度 σ_c 的 1/2，支护力 $p_{in} = 0$ 。结合 E. Hoek 和 E. T. Brown^[15]中围岩的分类和实际工程地

表1 围岩材料参数

Table 1 Material parameters of surrounding rock

GSI	σ_c/MPa	E/GPa	ν	m_b	s	a	E_r/GPa	ν_r	m_{br}	s_r	a_r	c_i/MPa	$\phi_i/(^\circ)$	c_r/MPa	$\phi_r/(^\circ)$
75	150	42	0.2	10.2	0.062	0.5	10	0.2	1.27	0.0002	0.51	14.1	45.8	6.4	28.3

质勘探资料确定的围岩其他力学参数，如表1所示。表中 GSI 为地质强度指标； m_b 、 s 和 a 均为 H-B 屈服准则的初始参数； m_{br} 、 s_r 和 a_r 为对应的后继软化参数； c_i 与 ϕ_i 、 c_r 与 ϕ_r 分别为由 RocLab 软件计算所得的围岩初始和后继抗剪强度参数^[16]，用以分析及比较 $b = 0$ 时本文结果与 S. K. Sharan^[5] 基于 H-B 屈服准则的计算结果。另 S. K. Sharan^[5] 已详细探讨围岩软化参数的影响规律，故本文仅着重分析围岩塑性区弹性模量的变化、中间主应力和剪胀特性对隧道位移的影响特性。

4.1 塑性区弹性模量的变化

当统一强度理论参数 b 分别取 0.0, 0.5 和 1.0 时，由式(7)求得 R/a 为 2.33, 1.89 和 1.71，代入式(3)得对应的 n 为 1.69, 2.25 和 2.67。围岩塑性区弹性模量 $E(r)$ 随半径 r 的变化关系，如图2所示。

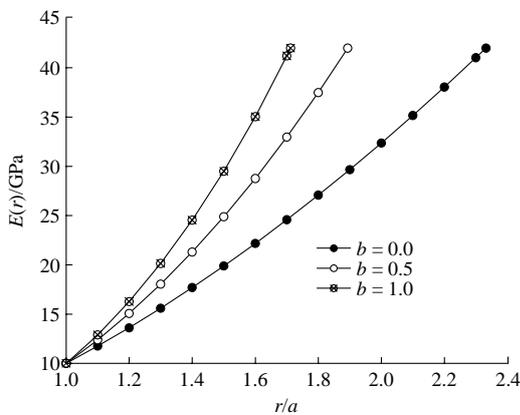


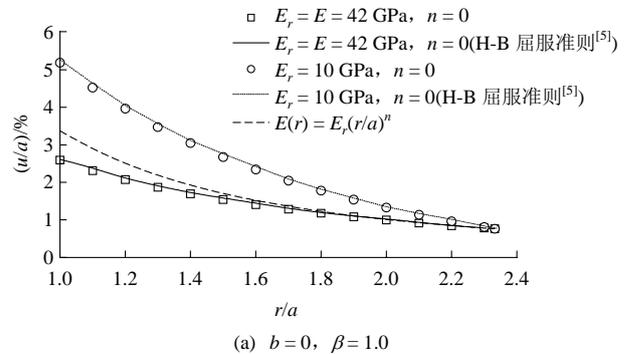
图2 塑性区弹性模量 $E(r)$ 随半径 r 的关系

Fig.2 Variation relationships between elastic modulus $E(r)$ in the plastic zone and radius r

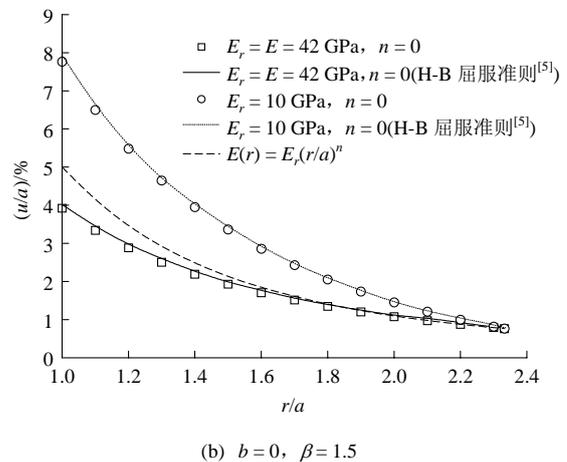
由图2可以看出，在隧道内半径 $r = a$ 处，围岩塑性区弹性模量 $E(r)$ 为 E_r ，随着距隧道中心距离的增大，围岩 $E(r)$ 不断增大，直到围岩弹塑性交界处为 E 。不同 b 值所对应的 $E(r)$ 增长速率不同， b 越大， $E(r)$ 增加得越快。

4.2 参数影响分析

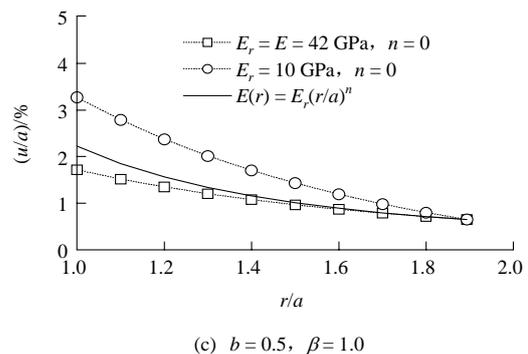
图3给出了3种不同围岩塑性区弹性模量的定义下，塑性区隧道位移 u 与统一强度理论参数 b 和剪胀特性参数 β 的关系。方法1认为围岩弹、塑性



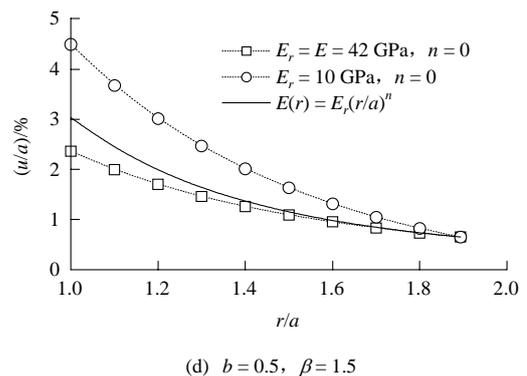
(a) $b = 0, \beta = 1.0$



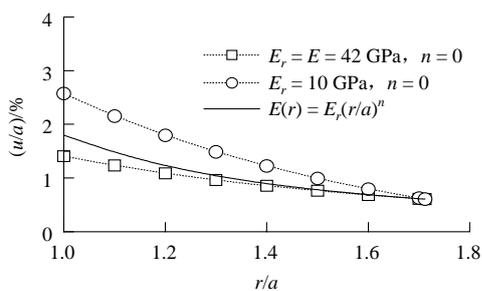
(b) $b = 0, \beta = 1.5$



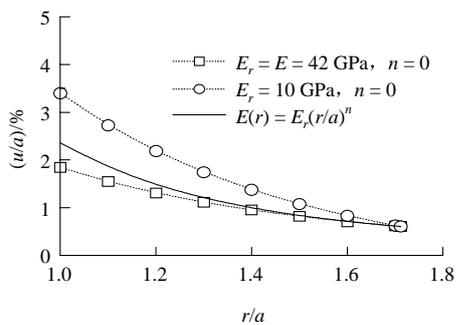
(c) $b = 0.5, \beta = 1.0$



(d) $b = 0.5, \beta = 1.5$



(e) $b = 1.0, \beta = 1.0$



(f) $b = 1.0, \beta = 1.5$

图 3 塑性区不同弹性模量定义时径向位移与 b, β 的关系
Fig.3 Relations of the radial displacements of different definitions for elastic modulus in the plastic zone with b, β

区弹性模量一样，即 $E_r = E = 42 \text{ GPa}, n = 0$ ；方法 2 认为围岩塑性区弹性模量为常数，且比弹性区弹性模量小，即 $E_r = 10 \text{ GPa}, E = 42 \text{ GPa}, n = 0$ ；方法 3 采用塑性区半径相关的弹性模量，即 $E_r = 10 \text{ GPa}, E = 42 \text{ GPa}, n = \lg(E/E_r)/\lg(R/a)$ 。为了比较，S. K. Sharan^[5]基于 H-B 屈服准则方法 1 和 2 的计算结果也一并呈现在 $b = 0$ 的图上。

从图 3 可以看出，方法 1 得到的位移最小，是下界；方法 2 得到的位移最大，是上界；围岩塑性区采用半径相关的弹性模量，即方法 3 得到的位移处于二者之间，更接近隧道变形真实情况。随着距隧道中心距离的增大，方法 3 得到的位移越来越接近方法 1，体现了隧道开挖卸载受扰程度的不断减小。随着 b 的增大，围岩自承载能力得到更加充分的发挥，围岩塑性区半径 R 不断减小，从 $R/a = 2.33$ ($b = 0$) 减小到 $R/a = 1.71$ ($b = 1$)，隧道受扰损伤逐步减弱，方法 3 得到的位移更早、更快地接近方法 1。

对比图 3(a), (c), (e) 和 (b), (d), (f)，可以看出随着剪胀特性参数 β 的增大，3 种方法计算得到的位移均不断增大。 $\beta = 1.5$ 时隧道洞壁位移平均比 $\beta = 1.0$ 时增大了 49.0% ($b = 0$)，36.5% ($b = 0.5$) 和 31.4% ($b = 1.0$)，隧道支护设计应考虑围岩剪胀特性的影响。从图 3 可以看出，随着 b 的增大，隧道位

移 u 显著减小。 $b = 1.0$ 时隧道洞壁位移平均比 $b = 0$ 时减小了 47.9% ($\beta = 1.0$) 和 54.1% ($\beta = 1.5$)。另从图 3(a), (b) 可以看出，本文 $b = 0$ 时方法 1 与 2 的计算结果均与 S. K. Sharan^[5] 基于 H-B 屈服准则的计算结果十分接近，部分验证了本文解的正确性。

综合图 2, 3 可以得出，塑性区隧道位移 u 受中间主应力 σ_2 、围岩剪胀特性和塑性区弹性模量的影响显著，本文位移新解综合考虑了三者的相互影响，具有很强的适用性。

5 结 论

(1) 本文深埋圆形岩石隧道塑性位移新解对塑性区围岩弹性模量变化、中间主应力效应、围岩应变软化和剪胀等影响因素采取不同的考虑，可以退化为众多已有结果，可根据具体工程实际情况，进行多种合理选择。本文统一强度理论参数 $b = 0$ 时的结果与基于 Hoek-Brown 屈服准则的结果吻合较好，部分验证了本文解的正确性。

(2) 围岩塑性区弹性模量 $E(r)$ 的增长速率随着统一强度理论参数 b 的增大而加快，采用半径相关的弹性模量计算得到的位移处于上、下限之间，体现了隧道开挖卸载受扰程度的距离变化，可更接近隧道真实变形情况。

(3) 随着统一强度理论参数 b 的增大，围岩塑性区半径 R 和位移不断减小， $b = 1.0$ 时隧道洞壁位移平均比 $b = 0$ 时减小了 47.9% ($\beta = 1.0$) 和 54.1% ($\beta = 1.5$)，这说明考虑中间主应力 σ_2 可以更加充分发挥围岩的强度潜能。隧道位移随着剪胀特性参数 β 的增大而增大， $\beta = 1.5$ 时隧道洞壁位移平均比 $\beta = 1.0$ 时增大了 49.0% ($b = 0$)，36.5% ($b = 0.5$) 和 31.4% ($b = 1.0$)，应考虑围岩剪胀对隧道支护设计的显著影响。

本文尝试选取最简单的幂函数半径相关的塑性区弹性模量，以得到简单的隧道弹塑性位移显示解析解，其他诸如小主应力相关、复杂幂函数和指数函数形式的塑性区弹性模量公式，有可能更接近隧道变形真实情况，但难以得到闭合解析解，一般需借助数值解。

参考文献(References):

[1] 蒋明镜, 沈珠江. 岩土类软化材料的柱形孔扩张统一解问题[J]. 岩

- 土力学, 1996, 17(1): 1 - 8.(JIANG Mingjing, SHEN Zhujiang. Unified solution of expansion of cylindrical cavity for geometries with strain softening behaviour[J]. Rock and Soil Mechanics, 1996, 17(1): 1 - 8.(in Chinese))
- [2] JAEGER J C, COOK N G W. Fundamentals of rock mechanics[M]. London: Methuen and Co. Ltd., 1979: 257 - 260.
- [3] BROWN E T, BRAY J W, LADANYI B, et al. Ground response curves for rock tunnels[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1983, 109(1): 15 - 39.
- [4] WANG Y. Ground response of circular tunnel in poorly consolidated rock[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1996, 122(9): 703 - 708.
- [5] SHARAN S K. Analytical solutions for stresses and displacements around a circular opening in a generalized Hoek-Brown rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2008, 45(1): 78 - 85.
- [6] EWY R T, COOK N G W. Deformation and fracture around cylindrical openings in rock — I. Observations and analysis of deformations[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1990, 27(5): 387 - 407.
- [7] NAWROCKI P A, DUSSEAUULT M B. Modelling of damaged zones around openings using radius-dependent Young's modulus[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1995, 28(4): 227 - 239.
- [8] 宋义敏, 王振武. 深埋洞室围岩破坏区域碎裂化的非均匀弹性分析[J]. 北华航天工业学院学报, 2008, 18(2): 1 - 4.(SONG Yimin, WANG Zhenwu. Mechanics study on zonal disintegration of deep rock mass[J]. Journal of North China Institute of Aerospace Engineering, 2008, 18(2): 1 - 4.(in Chinese))
- [9] 俞茂宏. 双剪理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998: 247 - 288.(YU Maohong. Twin-shear theory and its application[M]. Beijing: Science Press, 1998: 247 - 288.(in Chinese))
- [10] 俞茂宏. 岩土类材料的统一强度理论及其应用[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(2): 1 - 10.(YU Maohong. Unified strength theory for geomaterials and its applications[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 16(2): 1 - 10.(in Chinese))
- [11] 曹黎娟, 赵均海, 魏雪英. 基于统一强度理论的灰土挤密桩应力分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(10): 1986 - 1990.(CAO Lijuan, ZHAO Junhai, WEI Xueying. Stress analysis of lime-soil compacted pile based on the unified strength theory[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(10): 1986 - 1990.(in Chinese))
- [12] 杨青顺, 魏雪英, 赵均海. 钢纤维混凝土方形板的冲切强度统一解[J]. 工程力学, 2008, 25(9): 176 - 179.(YANG Qingshun, WEI Xueying, ZHAO Junhai. Unified solutions of ultimate punching shear strength of square fiber concrete slabs[J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(9): 176 - 179.(in Chinese))
- [13] 张常光, 张庆贺, 赵均海. 考虑应变软化及剪胀的井壁稳定统一解[J]. 煤炭学报, 2009, 34(5): 634 - 639.(ZHANG Changguang, ZHANG Qinghe, ZHAO Junhai. Unified solutions of well-bore stability considering strain softening and shear dilation[J]. Journal of China Coal Society, 2009, 34(5): 634 - 639.(in Chinese))
- [14] 张常光, 张庆贺, 赵均海. 考虑应变软化、剪胀和渗流的水工隧洞解析解[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(12): 1941 - 1946.(ZHANG Changguang, ZHANG Qinghe, ZHAO Junhai. Analytical solutions of hydraulic tunnels considering strain softening, shear dilation and seepage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(12): 1941 - 1946.(in Chinese))
- [15] HOEK E, BROWN E T. Practical estimates of rock mass strength[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1997, 34(8): 1165 - 1186.
- [16] Rocscience Inc.. RocLab[EB/OL]. [2009]. <http://www.rocsience.com>