

基于拉丁超立方抽样的边坡可靠度分析非侵入式随机有限元法

蒋水华^{1,2}, 李典庆^{1,2*}, 周创兵^{1,2}

(1. 武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 武汉大学水工岩石力学教育部重点实验室, 湖北 武汉 430072)

摘 要: 提出了基于拉丁超立方抽样的边坡可靠度分析非侵入式随机有限元法。采用有限元滑面应力法计算边坡稳定安全系数, 通过 Hermite 随机多项式展开拟合边坡安全系数与输入随机变量间隐式函数关系, 采用拉丁超立方抽样技术产生配点计算随机多项式展开系数。研究了该方法在锦屏 I 级水电站左岸边坡稳定可靠度分析中的应用。结果表明: 基于拉丁超立方抽样的非侵入式随机有限元法实现了边坡可靠度分析和边坡稳定有限元分析过程不耦合, 该方法计算精度高, 为复杂高陡边坡可靠度问题求解提供了一条有效的途径。基于拉丁超立方抽样技术计算随机多项式展开系数, 所需样本点数目约等于待定系数数目, 其计算效率高于常用的概率配点方法。锦屏 I 级左岸边坡断层 f_{42-9} 的内摩擦角敏感性程度最大, 它对边坡稳定性具有重要的影响, 其次为 III₂ 类岩体的内摩擦角, 其余变量对边坡稳定性影响不明显。表征输入参数敏感性的 Sobol 指标为边坡加固方案的制定提供了参考依据。

关键词: 非侵入式随机有限元法; 拉丁超立方抽样; 边坡稳定性; 可靠度; 安全系数

中图分类号: TU47

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2013)S2-0070-07

作者简介: 蒋水华(1987-), 男, 江西九江人, 博士研究生, 主要从事岩土工程可靠度和风险分析方面的研究。E-mail: jiangshuihua-2008@163.com。

Non-intrusive stochastic finite element method for slope reliability analysis based on Latin hypercube sampling

JIANG Shui-hua^{1,2}, LI Dian-qing^{1,2}, ZHOU Chuang-bing^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 2. Key

Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering of Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: A non-intrusive stochastic finite element method based on the Latin hypercube sampling for slope reliability analysis is proposed. The finite element method for stress analysis of sliding surface is used to calculate the safety factor of slopes. The safety factor of slopes is explicitly expressed as the input random variables using the Hermite polynomial chaos expansion. The Latin hypercube sampling points are selected as the collocation points to calculate the coefficients of polynomial chaos expansion. An example of reliability analysis of natural slope at the left abutment of Jinping I Hydropower Station is presented to demonstrate the validity and capability of the proposed method. The results indicate the proposed non-intrusive stochastic finite element method based on the Latin hypercube sampling can effectively evaluate the reliability of high-steep rock slopes, which decouples the reliability analysis with finite element analysis of slope stability and produces sufficiently accurate reliability results. The coefficients of polynomial chaos expansion determined by the Latin hypercube sampling are more effective than those by the frequently-used probabilistic collocation method, since the number of sampling points required by the former are only approximately equal to that of unknown coefficients. The internal friction angle of fault f_{42-9} at Jinping left abutment slope has a significant effect on the slope stability due to its largest sensitivity, followed by the internal friction angle of III₂ class rock mass, whereas the other variables affect the slope stability slightly. The Sobol's indices used for representing the sensitivities of input uncertain parameters can provide a referential basis for working out the reinforcement schemes.

Key words: non-intrusive stochastic finite element method; Latin hypercube sampling; slope stability; reliability; factor of safety

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(51225903); 国家自然科学基金项目(51079112); 教育部博士研究生学术新人奖资助项目(5052012206001)

收稿日期: 2013-06-06

*通讯作者

0 引言

传统的边坡稳定性分析的单一安全系数方法不能定量地考虑边坡稳定性分析中不确定性因素,如边坡岩体及结构面力学参数的不确定性、荷载不确定性以及计算模型不确定性等。近年来,可靠度方法在边坡稳定性分析与设计中逐渐得到应用,如《水利水电工程边坡设计规范》(SL 386—2007)明确建议对于 I 级边坡有条件时应进行边坡稳定可靠度分析,从而为边坡稳定性评价提供合理的依据,可见采用可靠度方法进行边坡稳定性分析是一个重要的发展趋势。

目前国内外学者对边坡稳定可靠度做了大量的研究,如 Low^[1]采用一次二阶矩法(FORM)进行岩质边坡稳定可靠度分析,并编写了基于 Excel 的计算程序。Li 等^[2]采用蒙特卡洛模拟(MCS)方法进行了岩质边坡稳定可靠度分析。Tang 等^[3]提出了改进的认知聚类方法,并将该方法应用于锦屏 I 级左岸边坡稳定可靠度分析。Park 等^[4]采用点估计法进行了岩质边坡稳定可靠度分析。高谦等^[5]基于平面非线性有限元分析了龙滩水电站船闸高边坡可靠度问题。李典庆等^[6]采用随机响应面法研究了香港秀茂坪边坡可靠度问题。

上述研究中边坡安全系数计算都是采用极限平衡分析方法,尽管安全系数计算需要迭代求解,但是边坡安全系数具有明确的显式表达式。然而对于复杂边坡安全系数计算问题,例如中国西南地区复杂高陡岩质边坡稳定性分析通常需要借助有限元方法,此时边坡安全系数与输入参数间没有显式的函数关系,这无疑增加了边坡可靠度分析的难度。尽管采用蒙特卡洛模拟和拉丁超立方抽样等方法也可以实现边坡可靠度分析,但是需要进行成千上万次边坡稳定性有限元分析,计算量很大,实用性方面欠佳。

近年来,岩土结构物可靠度分析的非侵入式随机有限元方法逐渐得到研究人员的青睐,该方法不仅成功地实现了可靠度分析和确定性有限元分析两过程不耦合,而且便于与常用的商业有限元软件结合,为解决复杂岩土工程可靠度问题提供了一条有效的途径。如 Berveiller 等^[7]采用非侵入式随机有限元法研究了地基沉降可靠度问题。李典庆等^[8]采用非侵入式随机有限元法分析了地下洞室可靠度。非侵入式随机有限元法关键的一步是选取合适的输入参数样本点,据此采用最小二乘回归分析方法求解随机多项式展开系数,进而建立输出响应量(安全系数、位移和应力应变等信息)与输入参数间近似显式表达式。概率配点方法^[6-10]常用来计算随机多项式展开系数,然而概率

配点的产生与随机多项式展开形式和阶数密切相关,并且大量配点间具有相关性。因此,为了确保计算精度通常需要选取大量的配点,导致该方法计算效率较低。如 Isukapalli^[9]建议配点数目应取为待定系数数目的 2 倍,蒋水华等^[10]研究发现有时配点数目即使为待定系数 8 倍仍然得不到理想的结果。鉴于拉丁超立方抽样(Latin hypercube sampling, LHS)^[11-13]产生的样本点具有较好的均匀分层分布特性和相互之间的相关性较小,本文提出了基于拉丁超立方抽样的边坡可靠度分析非侵入式随机有限元法。采用拉丁超立方抽样技术产生输入参数样本点,将这些样本点作为基本变量配点计算随机多项式展开系数,在此基础上采用非侵入式随机有限元法研究了锦屏 I 级左岸边坡稳定可靠度问题。

1 基于拉丁超立方抽样技术的配点方法

传统的蒙特卡洛抽样方法产生的样本点难以有效地覆盖变量概率分布尾部,大部分集中于变量均值附近,由于变量概率分布尾部对可靠度结果具有重要的影响,因此需要在概率分布尾部产生一定数目的样本点,为了解决这一问题,拉丁超立方抽样技术应运而生。拉丁超立方抽样技术最早由 McKay 等^[11]于 1979 年提出,该方法具有较好的一维投影和均匀分层分布特性,可均匀地覆盖到概率分布的上下限值。目前拉丁超立方抽样方法在土坡可靠度分析中得到了应用^[14-15],虽然与传统的蒙特卡洛模拟方法相比计算效率得到了极大地提高,然而该方法仍需要进行千余次边坡稳定性分析,这对于文献[14, 15]研究的简单边坡可靠度问题来说是可行的,但对于复杂边坡可靠度问题,其计算量仍然较大。本文则采用拉丁超立方抽样技术产生输入参数样本点作为基本变量配点,在此基础上采用非侵入式随机有限元法进行边坡可靠度分析,从而极大地提高边坡可靠度计算效率。

LHS 产生配点步骤简要总结如下: 将每个变量的累积概率分布值分成 N 个不重叠的等概率区间 $[0, 1/N]$, $[1/N, 2/N]$, ..., $[(N-1)/N, 1]$, 根据这些区间可以确定变量样本点,这使得 LHS 产生的样本点间相关性较小; 虽然由每个变量累积概率分布值生成样本点的过程是确定性的,但是样本的排序却是随机的。通常采用一个随机生成的标准正态的样本矩阵 $Z_{N \times n}$ 来表示样本点的排序,然后用一个整数矩阵 $R_{N \times n}$ 来记录所有标准正态样本点的排序信息,其中 $R_{ij}=k$ 表示第 j 变量第 i 次抽样取值在该变量所有 N 个样本点中的排序为 k ; 根据序号 R_{ij} 可随机得到各个区间中每个拉

丁超立方样本点的累积概率分布函数值 $F_{X_j}(X_{ij})$ 为

$$F_{X_j}(X_{ij}) \approx \frac{R_{ij} - \text{rand}(0,1)}{N}, \quad i=1, \dots, N, \quad j=1, \dots, n, \quad (1)$$

式中, MATLAB 库函数 $\text{rand}(0, 1)$ 表示 $[0, 1]$ 区间内任一均匀分布随机数, 再通过等概率变换方法可得独立标准正态空间中拉丁超立方样本点 ξ_{ij} ,

$$\xi_{ij} = \Phi^{-1}\left(F_{X_j}(X_{ij})\right), \quad (2)$$

式中, $\Phi^{-1}(\cdot)$ 为标准正态分布累积分布的逆函数, 进而可获得 N 组基本变量配点向量 $\xi_{N \times n}$ 。

2 非侵入式随机有限元法

边坡稳定性分析方法主要有极限平衡方法和有限元方法两类, 传统的极限平衡方法不能考虑边坡变形对边坡稳定性的影响, 相反有限元方法则可以考虑边坡变形的影响, 使得应力分布更加接近真实情况, 位移的兼容性得到满足, 近年来基于有限元方法的边坡稳定性分析研究也得到许多研究者的青睐。众所周知, 基于有限元分析求得的边坡安全系数与输入参数间是隐式非线性函数关系, 为便于可靠度分析, 拟采用 Hermite 随机多项式展开 (polynomial chaos expansion, PCE) 建立边坡安全系数 F_S 与输入随机变量 ξ 间近似的显式函数关系, 相应的表达式为^[6-8]

$$F_S(\xi) = a_0 \Gamma_0 + \sum_{i_1=1}^n a_{i_1} \Gamma_1(\xi_{i_1}) + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^{i_1} a_{i_1 i_2} \Gamma_2(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}) + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^{i_1} \sum_{i_3=1}^{i_2} a_{i_1 i_2 i_3} \Gamma_3(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \xi_{i_3}) + \dots + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^{i_1} \sum_{i_3=1}^{i_2} \dots \sum_{i_n=1}^{i_{n-1}} a_{i_1 i_2 \dots i_n} \Gamma_n(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_n}). \quad (3)$$

式中 $i_1 + i_2 + \dots + i_n \leq n$; n 为输入随机变量的数目; $a = (a_0, a_{i_1}, a_{i_1 i_2}, \dots)$ 为待定系数, 对于 p 阶 PCE, 待定系数的数目为 $N_c = (n+p)! / (n! p!)$; $\xi = (\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_n})^T$ 为独立标准正态随机向量, 与独立标准正态空间中的拉丁超立方样本点相对应, 再根据式 (2) 可建立样本点与原始空间随机变量间关系; $\Gamma_n(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_n})$ 是自由度为 n 的高阶 Hermite 多项式, 具体计算公式见文献[6]。

非侵入式随机有限元法关键的一步是选取合适的输入参数样本点, 据此采用最小二乘回归分析方法求解随机多项式展开系数, 进而得到边坡安全系数显式表达式, 基于显式表达式就可以方便地进行边坡可靠度分析。本文采用第 1 节介绍的拉丁超立方抽样技术产生样本点作为基本变量配点, 同时为了保证计算精度和计算结果稳健性, 采用最小二乘回归分析方法计算 Hermite 多项式展开系数。首先通过 Nataf 变换方法^[6]将独立标准正态空间中配点 $\xi_{N \times n}$ 映射到原始空间得到

相关非正态变量样本点 $X_{N \times n}$, 该样本点即作为边坡稳定性分析有限元模型的输入参数, 进行边坡稳定性分析得到 N 个边坡安全系数 $F_S = [F_{S1}, F_{S2}, \dots, F_{SN}]^T$ 。将这 N 个安全系数数值代入式 (3), 可以建立如下线性方程组

$$ZC = F_S, \quad (4)$$

式中, C 为待定系数向量, Z 为维数 $N \times N_c$ 的系数矩阵。求解式 (4) 所示线性方程组可得到待定系数 C 。采用回归分析方法计算时, 式 (4) 可进一步表示为

$$Z^T Z C = Z^T F_S. \quad (5)$$

在基于拉丁超立方抽样的边坡可靠度分析非侵入式随机有限元法计算过程中, 选取的拉丁超立方样本点数目 N 也就是边坡稳定性有限元分析的次数, 同时为了保证线性方程组的求解不出现病态问题, 所选取的样本点数目要使得系数矩阵 Z 按行线性无关。当 PCE 待定系数确定后, 基于 Hermite 多项式展开表达的边坡可靠度分析功能函数 $G = F_S - 1$ 也就确定了。对于显式表达的功能函数可靠度分析问题, 常用的 MCS、FORM/SORM 方法等都可采用, 兼顾计算效率和精度, 拟采用 50 万次 MCS 计算边坡失效概率。这里要特别说明的是, 在边坡失效概率计算时, 安全系数仅需采用式 (3) 所示的显式表达式计算, 不需要进行复杂的边坡稳定性有限元分析, 从而极大地提高了边坡可靠度分析效率。基于安全系数显式表达式还可以方便地计算边坡安全系数的概率分布特征和前四阶统计矩 (均值、标准差、偏度和峰度), 同时可以得到表征输入参数敏感性的 Sobol 指标。前四阶统计矩和 Sobol 指标仅需由 PCE 系数直接计算, 具体计算公式见文献[16]。

3 锦屏 级水电站左岸边坡稳定可靠度分析

锦屏 I 级水电站^[3, 17]是雅砻江干流中、下游水电开发规划的控制性梯级水库, 在雅砻江梯级滚动开发中具有“承上启下”的作用。坝址区为典型的深切 V 型峡谷, 相对高差为 1500 ~ 1700 m, 如图 1 所示。坝址左岸边坡为千米级以上的高陡岩质边坡, 地质条件复杂, 是目前世界上边坡稳定条件最差和开挖支护规模最大的工程之一。本文以锦屏 I 级水电站左岸坝肩天然边坡代表性剖面——II₁-II₁ 剖面为例进行边坡可靠度分析。通过地质勘查发现, 以煌斑岩脉 X 为后缘拉裂面和断层 f_{42-9} 为底滑面, 边坡可能沿图 2 虚线所示路径剪断边坡浅层岩体发生深层滑动。根据锦屏一级坝基岩体质量分级建议值^[18], 按岩体风化程度将岩体分为大理岩和砂板岩两类, 岩体及结构面物理力学

参数如表 1 所示。通过现场地质调查试验可知, 煌斑岩脉 X、断层 f_{42-9} 和 III_2 、 IV_1 和 IV_2 类岩体的黏聚力和内摩擦角具有较大的变异性, 为此将它们视为服从对数正态分布的随机变量^[3], 统计参数如表 2 所示, 其余参数均视为常量。分别考虑了天然工况和孔隙水压力系数 R_u 为 0.1 的降雨工况^[17], 其中孔隙水压力系数 R_u 为边坡中孔隙水压力与上覆岩体重量的比值。

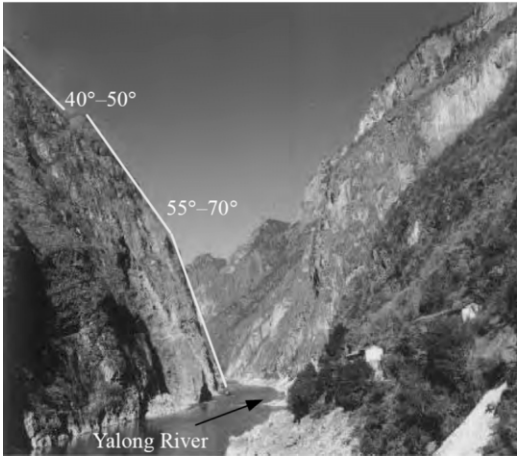


图 1 锦屏 I 级水电站坝址深切 V 型河谷
Fig. 1 Deeply cut V-shaped valley at dam site of Jinping I Hydropower Station

为了考虑边坡岩体结构、边坡岩体地质力学模型概化以及计算区域的地形地貌等问题, 本文采用有限元滑面应力法计算边坡安全系数, 该方法计算步骤详

见文献[19, 20]。选取的天然边坡模型计算范围为垂直方向从 1650 m 高程到 2070 m 高程, 横河向从河床中心线向坡内延伸 384.65 m。首先选用理想弹塑性模型和莫尔库仑屈服准则, 将随机变量取其均值在 GEOSTUDIO 软件的 SIGMA/W 模块^[21]中按平面应变分析建立有限元模型, 如图 2 所示。该模型有效地模拟了煌斑岩脉 X、断层 f_{42-9} , f_5 和 f_8 等控制性岩体结构面、卸荷带、风化界线、岩层界线以及卸荷带等地层特征。边坡有限元分析模型边界条件为下部边界固定、左侧水平向支座约束、右侧(坡面)为自由边界。单元类型选用三节点三角形和四节点四边形二维混合实体结构单元, 总共剖分为 14363 个单元和 14113 个节点。然后按自重作用下的静力平衡进行原位计算得到初始应力场分布。最后, 将 SIGMA/W 模块的初始应力场计算结果导入到 SLOPE/W 模块^[20]中计算边坡安全系数。对于图 2 所示的深层潜在滑动面来说, 天然和降雨工况下的边坡安全系数分别为 1.083 和 0.981。为了比较, 本文还给出了基于极限平衡分析的计 算 结 果 , 采 用 摩 根 斯 坦 普 莱 斯 方 法 (Morgenstern-Price)得到该边坡在上述两种工况下的安全系数分别为 1.110 和 1.014, 可见两种方法计算结果基本吻合。需要指出的是二维边坡稳定性分析模型没有考虑岩体侧滑面的抗剪作用, 计算结果偏于保守。

表 1 岩体及结构面物理力学参数

Table 1 Physical and mechanical parameters of rock masses and weak structural planes					
材 料	重度 $\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	变形模量 E/GPa	泊松比 ν	黏聚力 c/kPa	内摩擦角 $\varphi/(^\circ)$
II 类岩体	27	23.5	0.225	2000	53.47
III ₁ 类岩体	27	10.5	0.25	1500	46.94
III ₂ 类岩体	27	5.5	0.275	900	45.57
IV ₁ 类岩体	27	2.5	0.3	600	34.99
IV ₂ 类岩体	27	1.9	0.3	400	30.96
煌斑岩脉 X	25	1.0	0.2	20	16.7
断层 f_{42-9}	25	0.45	0.25	20	16.7
断层 f_5	25	0.45	0.35	20	16.7
断层 f_8	25	0.45	0.35	20	16.7

表 2 岩体及结构面抗剪强度参数的统计参数

Table 2 Statistics of shear strength parameters of rock masses and weak structural planes					
材 料	参 数	均值	变异系数	标准差	分布类型
煌斑岩脉 X	黏聚力 c_1/kPa	20	0.25	5	对数正态
	内摩擦角 $\varphi_1/(^\circ)$	16.7	0.15	2.505	对数正态
断层 f_{42-9}	黏聚力 c_2/kPa	20	0.3	6	对数正态
	内摩擦角 $\varphi_2/(^\circ)$	16.7	0.2	3.34	对数正态
III ₂ 类岩体	黏聚力 $c_3(\text{kPa})$	900	0.15	105	对数正态
	内摩擦角 $\varphi_3/(^\circ)$	45.57	0.08	3.648	对数正态
IV ₁ 类岩体	黏聚力 $c_4(\text{kPa})$	600	0.18	108	对数正态
	内摩擦角 $\varphi_4/(^\circ)$	34.99	0.10	3.5	对数正态
IV ₂ 类岩体	黏聚力 $c_5(\text{kPa})$	400	0.2	80	对数正态
	内摩擦角 $\varphi_5/(^\circ)$	30.96	0.12	3.72	对数正态

表 3 两种工况下边坡可靠度计算结果的比较

Table 3 Comparison of reliability results from NISFEM and MCS for natural slope under two conditions							
计算工况	计算方法	均值 μ_{F_s}	标准差 σ_{F_s}	偏度 δ_{F_s}	峰度 κ_{F_s}	失效概率 $p_f/\%$	相对误差/%
天然工况	2 阶 PCE+LHS ($N=70$)	1.088	0.079	0.384	3.309	13.11	0.61
	2 阶 PCE+PCM ($N=198$)	1.088	0.080	0.429	3.359	13.20	1.30
	3 阶 PCE+LHS ($N=286$)	1.088	0.080	0.461	3.540	13.06	0.23
	3 阶 PCE+PCM ($N=5965$)	1.087	0.080	0.470	3.567	13.17	1.07
	MCS ($N=50$ 万)	1.088	0.083	—	—	13.03	—
降雨工况 ($R_u=0.1$)	2 阶 PCE+LHS ($N=70$)	0.986	0.069	0.359	3.277	60.50	0.87
	2 阶 PCE+PCM ($N=198$)	0.986	0.070	0.405	3.327	60.64	0.64
	3 阶 PCE+LHS ($N=286$)	0.985	0.070	0.436	3.492	60.93	0.16
	3 阶 PCE+PCM ($N=5965$)	0.985	0.070	0.443	3.515	61.02	0.02
	MCS ($N=50$ 万)	0.986	0.072	—	—	61.03	—

注：PCE+LHS 和 PCE+PCM 分别表示基于拉丁超立方抽样技术和概率配点方法的非侵入式随机有限元法。

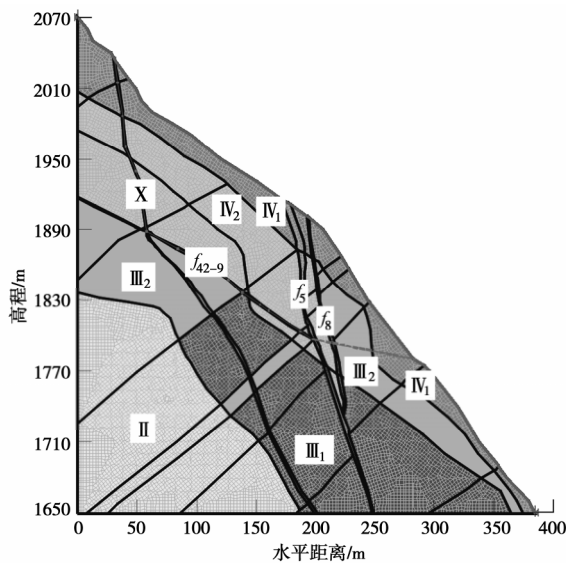


图 2 锦屏左岸天然边坡 II₁-II₁ 剖面有限元计算模型
Fig. 2 FEM model for section II₁-II₁ of natural slope at left abutment of Jinping I Hydropower Station

采用有限元滑面应力法进行边坡稳定性分析，可以有效考虑边坡岩体和软弱结构面的变形特性和初始应力场的分布对边坡稳定性的影响，但是该方法得到的安全系数与输入参数间呈隐式函数关系，相应的边坡可靠度分析功能函数是隐式的。非侵入式随机有限元法为这类可靠度问题提供了有效的分析手段。表 3 给出了天然和降雨工况下，2 和 3 阶 PCE 计算的安全系数前四阶统计矩以及边坡失效概率。为了比较，表 3 还给出了 PCE+PCM、SLOPE/W 模块^[20]中 50 万次 MCS 计算结果。由计算结果可以看出，天然工况下 2 阶 PCE+LHS 计算的边坡失效概率与 3 阶 PCE+LHS 以及 50 万次 MCS 的结果基本相同。降雨工况下 2 阶 PCE+LHS 也具有非常高的计算精度，与天然工况相比，降雨工况下边坡失效概率明显增加，约为 60%，因此十分有必要采取有效的加固措施对锦屏 I 级水电站左岸边坡进行加固处理。此外，2 和 3 阶 PCE 待定系数数目 N_c 分别为 66 和 286，为保证足够的精度，拉丁

超立方样抽样所需样本点数目 N 分别为 70 和 286，近似等于 N_c ；相比之下，概率配点方法所需的样本点数目分别为 198 和 5965，后者所需的配点数目 N 远远大于 N_c 。可见拉丁超立方抽样技术产生配点用于可靠度分析的计算效率远远高于概率配点方法，如对于 3 阶 PCE 来说，拉丁超立方抽样技术产生样本点数目还不到概率配点方法产生样本点的 1/20。此外，非侵入式随机有限元法的计算量随着 PCE 阶数的增加而增加，如 2 阶 PCE+LHS 的计算量约为 3 阶 PCE+LHS 的 1/4 倍。总体来说，非侵入式随机有限元法计算效率远远高于 MCS 方法。兼顾计算精度与计算效率，建议采用 2 阶 PCE+LHS 进行锦屏 I 级水电站左岸边坡稳定可靠度分析。

在传统的可靠度分析方法中，通常用敏感因子来分析确定对边坡稳定影响最敏感的随机变量，如 FORM 方法的敏感因子。在非侵入式随机有限元方法中可以采用 Sobol 指标^[16]来达到同样的目的。图 3 给出了 10 个输入随机变量的敏感性 Sobol 指标值，可知敏感性程度最大的是断层 f_{42-9} 的内摩擦角 φ_2 ，其次为 III₂ 类岩体的内摩擦角 φ_3 ，其余变量的敏感性较小，Sobol 指标值均小于 0.1。如天然和降雨工况下内摩擦角 φ_2 的 Sobol 指标 $SU(\varphi_2)$ 分别为 0.663 和 0.618，可见构成潜在滑动体底滑面的断层 f_{42-9} 抗剪强度的大小对边坡稳定性具有重要的影响，上述结果为边坡加固提供了参考依据。因此边坡实际施工中，在断层 f_{42-9} 压剪破坏区（1883，1860 和 1834 m 高程处）分别设置了尺寸为 9 m×10 m，长度分别为 78，90 和 110 m 的抗剪洞起到置换、补强及抗剪等综合作用，从而有效地增加边坡稳定性。

岩体及其结构面抗剪强度参数黏聚力和内摩擦角之间存在着统计负相关性是岩土工程中普遍接受的观点^[3]。为了反映黏聚力和内摩擦角间负相关性对边坡安全系数前四阶统计矩的影响程度，图 4 给出了天然工况下安全系数前四阶统计矩随负相关系数的变化关

系。由图可知, 抗剪强度参数间负相关性对安全系数均值几乎没有影响, 但是对标准差、偏度和峰度均有较明显的影响。当负相关系数由 0 变化到 -0.99 时, 安全系数的均值基本保持 1.088 不变, 然而标准差由 0.080 减小到 0.068, 偏度和峰度分别由 0.385 增大到 0.622 和由 3.309 增大到 3.656。可见随着负相关程度的增加, 边坡安全系数均值不变, 而标准差逐渐减小, 相应的可靠指标 (近似计算公式 $\beta = ((\mu_{F_s} - 1) / \sigma_{F_s})$) 逐渐增大, 从而导致了边坡失效概率由 13.11% 减小到 8.31%, 这更好地解释了边坡可靠度随着黏聚力和内摩擦角间负相关程度增加而增大的这一结论。

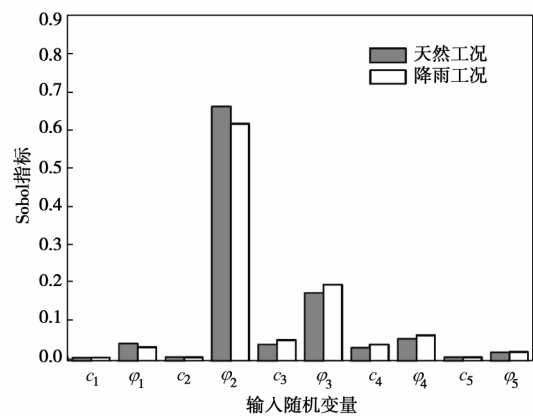


图 3 天然和降雨工况下输入随机变量 Sobol 指标的比较

Fig. 3 Comparison among Sobol's indices of input random variables under natural and rainfall conditions

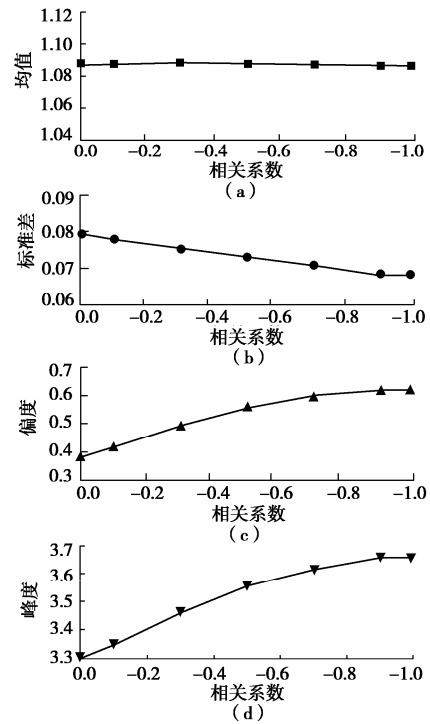


图 4 黏聚力和內摩擦角间负相关性对安全系数前四阶统计矩的影响

Fig. 4 Change of statistical moments of safety factor with negative correlation between cohesions and internal friction angles

4 结 论

提出了基于拉丁超立方抽样的边坡稳定可靠度分析非侵入式随机有限元法, 并编写了计算程序 NISFEM-LHS。采用 Sobol 指标实现了边坡可靠度输入参数敏感性分析, 研究了黏聚力和內摩擦角间负相关性对边坡可靠度和安全系数统计特征的影响。将该方法应用于锦屏 I 级水电站左岸边坡稳定可靠度问题, 证明了该方法在复杂岩质边坡可靠度分析中的有效性。主要结论如下:

- (1) 基于拉丁超立方抽样的非侵入式随机有限元法实现了边坡可靠度分析和边坡稳定有限元分析过程不耦合, 该方法计算精度高。基于拉丁超立方抽样技术计算随机多项式展开系数, 所需样本点数目约等于待定系数数目, 其计算效率高于常用的概率配点方法。该方法为复杂高陡边坡可靠度问题求解提供了一条有效的途径。
- (2) 锦屏 I 级水电站左岸天然边坡在天然和降雨工况下的失稳概率较大, 有必要采取有效的加固措施对边坡进行加固处理。断层 f_{42-9} 的內摩擦角敏感性程度最大, 它对边坡稳定性具有重要的影响, 其次为 III₂ 类岩体的內摩擦角, 其余变量对边坡稳定性影响不明显。表征输入参数敏感性的 Sobol 指标为边坡加固方案的制定提供了参考依据。
- (3) 岩体及结构面黏聚力和內摩擦角间负相关性对边坡安全系数均值几乎没有影响, 但是对安全系数标准差、偏度和峰度值以及边坡可靠度具有较明显的影响, 这些结果很好地解释了边坡可靠度随着黏聚力和內摩擦角间负相关程度增加而增大的这一结论。
- (4) 本文计算结果基于二维平面应变边坡有限元模型, 与实际边坡工程相比偏于保守, 同时该模型在计算效率上还不能完全体现非侵入式随机有限元法的优越性, 下一步需要研究复杂三维高陡岩质边坡稳定可靠度问题, 从而进一步探讨非侵入式随机有限元法在实际边坡可靠度分析中的有效性。

参考文献:

[1] LOW B K. Efficient probabilistic algorithm illustrated for a rock slope[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2008, 41(5): 715 – 734.

[2] LI A J, CASSIDY M J, WANGA Y, et al. Parametric Monte Carlo studies of rock slopes based on the Hoek-Brown failure criterion[J]. Computers and Geotechnics, 2012, 45: 11 – 18.

[3] TANG X S, LI D Q, CHEN Y F, et al. Improved knowledge-based clustered partitioning approach and its application to slope reliability analysis[J]. Computers and

- Geotechnics, 2012, 45: 34 – 43.
- [4] PARK H J, UM J G, WOO I, et al. The evaluation of the probability of rock wedge failure using the point estimate method[J]. Environmental Earth Sciences, 2012, 65(1): 353 – 361.
- [5] 高 谦, 王思敬. 龙滩水电站船闸高边坡的可靠度分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1991, 10(1): 83 – 95. (GAO Qian, WANG Si-jing. A reliability analysis of high rock slope for the Longtan hydropower project[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1991, 10(1): 83 – 95. (in Chinese))
- [6] 李典庆, 周创兵, 陈益峰, 等. 边坡可靠度分析的随机响应面法及程序实现[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(8): 1513 – 1523. (LI Dian-qing, ZHOU Chuang-bing, CHEN Yi-feng, et al. Reliability analysis of slope using stochastic response surface method and code implementation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(8): 1513 – 1523. (in Chinese))
- [7] BERVEILLER M, SUDRET B, LEMAIRE M. Stochastic finite elements: a non intrusive approach by regression[J]. European Journal of Computational Mechanics, 2006, 15(1/2/3): 81 – 92.
- [8] 李典庆, 蒋水华, 周创兵. 基于非侵入式随机有限元法的地下洞室可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(1): 123 – 129. (LI Ding-qing, JIANG Shui-hua, ZHOU Chuang-bing. Reliability analysis of underground rock caverns using non-intrusive stochastic finite element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(1): 123 – 129. (in Chinese))
- [9] ISUKAPALLI S S. Uncertainty analysis of transport transformation models[D]. New Jersey: The State University of New Jersey, New Brunswick, 1999.
- [10] 蒋水华, 李典庆, 周创兵. 随机响应面法最优概率配点数目分析[J]. 计算力学学报, 2012, 29(3): 345 – 351. (JIANG Shui-hua, LI Dian-qing, ZHOU Chuang-bing. Optimal probabilistic collocation points for stochastic response surface method[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2012, 29(3): 345 – 351. (in Chinese))
- [11] MCKAY M D, CONOVER W J, BECKMAN R J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code[J]. Technometrics, 1979, 21(2): 239 – 245.
- [12] CHOI S K, CANFIELD R, GRANDHI R, PETTIT C. Polynomial chaos expansion with Latin hypercube sampling for estimating response variability[J]. AIAA Journal, 2004, 42(6): 1191 – 1198.
- [13] CHOI S K, CANFIELD R A, GRANDHI R V. Estimation of structural reliability for Gaussian random fields[J]. Structure and Infrastructure Engineering, 2006, 2(3/4): 161 – 173.
- [14] 吴振君, 王水林, 葛修润. LHS 方法在边坡可靠度分析中的应用[J]. 岩土力学, 2010, 31(4): 1047 – 1054. (WU Zhen-jun, WANG Shui-lin, GE Xiu-run. Application of Latin hypercube sampling technique to slope reliability analysis[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(4): 1047 – 1054. (in Chinese))
- [15] 马建全, 李广杰, 徐佩华, 等. 基于拉丁方抽样及 K-S 检验的边坡可靠性分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(7): 2153 – 2156. (MA Jian-quan, LI Guang-jie, XU Pei-hua, et al. Reliability analysis of slope with Latin hypercube sampling and K-S test[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(7): 2153 – 2156. (in Chinese))
- [16] MOLLON G, DIAS D, SOUBRA A H. Probabilistic analysis of pressurized tunnels against face stability using collocation-based stochastic response surface method[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2011, 137(4): 385 – 397.
- [17] 周创兵, 姜清辉. 锦屏一级水电站枢纽区左岸工程边坡变形与稳定性分析研究[R]. 武汉: 武汉大学, 2010. (ZHOU Chuang-bing, JIANG Qing-hui. Research on deformation and stability analysis for the left high slope in the dam site of Jinping I hydropower station[R]. Wuhan: Wuhan University, 2010. (in Chinese))
- [18] 国家电力公司成都勘测设计研究院. 雅砻江锦屏一级水电站可行性研究报告(3): 工程地质[R]. 成都: 国家电力公司成都勘测设计研究院, 2003. (Chengdu Hydroelectric Investigation and Design Institute, State Power Corporation of China. Feasibility study report on Jinping I Hydropower Station (3): engineering geology[R]. Chengdu: Chengdu Hydroelectric Investigation and Design Institute, State Power Corporation of China, 2003. (in Chinese))
- [19] ZOU J Z, WILLIAMS D J, XIONG W L. Search for critical slip surfaces based on finite element method[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1995, 32(2): 233 – 246.
- [20] GEO-SLOPE International Ltd. Stability modeling with SLOPE/W 2007 Version: an engineering methodology[M]. Calgary: GEO-SLOPE International Ltd., 2010.
- [21] GEO-SLOPE International Ltd. Stress-Deformation Modeling with SIGMA/W 2007 Version: an engineering methodology[M]. Calgary: GEO-SLOPE International Ltd., 2010.

(本文责编 黄贤沙)