

文章编号: 1000-7598 (2012) 10-3179-10

# 水平条分法下边坡稳定性分析与计算方法研究

邓东平, 李亮

(中南大学 土木工程学院, 长沙 410075)

**摘要:** 极限平衡水平条分法较适用于成层岩土边坡, 但较竖直条分法尚有不足之处。通过研究水平条分与竖直条分中条间力的关系, 建立起水平与竖直条分法相对应的条间力假设条件; 并针对水平条分法遇到滑动面存在弓形体时, 采取水平条分和斜条分相结合的模式进行处理。在此基础上, 推导出了瑞典法、简化 Bishop 法、简化 Janbu 法和 Morgenster-Price (M-P) 法在水平条分时的安全系数计算公式, 其中, 根据满足条件不同, 得到了瑞典法的两种不同安全系数计算公式, 并根据以往研究成果将一般简化 Janbu 法进行改进。当使用任意曲线和圆弧滑动面两种型式时, 通过算例对比分析, 验证了对水平条分法所做研究的可行性。同时, 也表明了两种瑞典法得到的结果是一致的, 改进的简化 Janbu 法在边坡稳定性分析上较一般简化 Janbu 法更优。

**关键词:** 边坡稳定; 水平条分; 条间力; 安全系数; 滑动面

中图分类号: TU 441

文献标识码: A

## Analysis of slope stability and research of calculation method under horizontal slice method

DENG Dong-ping, LI Liang

(School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

**Abstract:** Limit equilibrium method with horizontal slice method is more suitable for layered soil slopes; but there are some deficiencies than vertical slice method. By studying the relationship of interaction forces between horizontal slice and vertical slice methods, corresponding assumptions of inter-slice forces between horizontal slice and vertical slice methods are established. And a combination model of horizontal slice and oblique slice is adopted when horizontal slice method encounters the sliding surface with toxoplasma. On this basis, the formulas of Sweden method, simplified Bishop method, simplified Janbu method, and Morgenster-Price (M-P) method for calculating factor of safety (FOS) are derived. Among those, two different FOS calculated formulas of Sweden method are obtained according to different satisfied conditions; and the general simplified Janbu method is improved based on previous studies. By using two types of sliding surfaces, arbitrary curve and arc, through analyzing some examples, the treatment of horizontal slice method taken in this article is verified feasible. At the same time, it also shows the results got by two Swedish methods are consistent; and the improved simplified Janbu method is better in analyzing stability of slope than general simplified Janbu method.

**Key words:** slope stability; horizontal slice; inter-slice forces; factor of safety; sliding surface

## 1 引言

在边坡稳定性分析方法中, 极限平衡法作为一种非常有效的分析方法被广泛应用<sup>[1]</sup>。目前, 极限平衡法多为竖直条分法<sup>[2-10]</sup>, 且在安全系数求解时对条间力所建立的假设条件也是针对竖直条分法<sup>[11-14]</sup>。然而, 竖直条分法尽管有其优势, 但当边

坡成层岩土体时, 竖向条分体内部受岩土体性质变化影响较大, 这样会给计算带来极大的不便<sup>[15]</sup>, 因此, 这时水平条分法更具有适用性。

文献[16]在一般条分时通过借用竖直条分法的条间力假设条件进行了安全系数的推导, 发现当条分不再为竖直条分时, 计算得的安全系数与竖直条分法相差较大。同时, 在针对水平条分法研究中,

收稿日期: 2011-06-20

基金项目: 贵州省交通运输厅科技项目(No. 2010-122-020); 国家自然科学基金项目资助(No. 51078359)。

第一作者简介: 邓东平, 男, 1985年生, 博士研究生, 主要从事道路与铁道方面的工作。E-mail: dengdp851112@126.com

国内外大多数文献关注于有加固措施的边坡稳定性，如加筋土<sup>[17-19]</sup>、锚杆(索)<sup>[20]</sup>等。文献[1, 15]指出，这些研究没有针对普通边坡的稳定性分析，而且要么有些计算假定过于复杂，不利于工程应用，要么有些过于简单，使计算结果误差较大。另外，目前针对一般边坡稳定性的水平条分法，所涉及到的算例分析一般是认为滑动面比较适合水平条划分，而对于一般型式下的滑动面，如存在一段弓形体时，水平条分则表现出条分界限不明，弓形体以下水平条分出现两个滑动底面的缺点。

综上所述可知，在边坡稳定性水平条分法极限平衡分析中，存在如下不足：①过少对水平条分的条间力进行分析；②没有将竖直条分法与水平条分法的条间力假设条件相对应；③没有在滑动面为一般型式的条件下，对水平条分法如何进行稳定性分析采取相应处理方法。

本文通过对水平条分和竖直条分中条间力的关系进行分析，建立起水平条分法与竖直条分法相对应的条间力假设条件，并对滑动面存在弓形体的一般情况，将水平条分法采用斜条分与水平条分相结合的模式进行处理。在此基础上，推导出了一些方法在水平条分时的安全系数计算公式。当使用圆弧滑动面和任意曲线滑动面两种型式时，通过算例分析，并与竖直条分法和以往研究成果相对比，验证了本文针对水平条分研究的可行性。

## 2 水平条分存在的问题及处理方法

在水平条分法中，以往研究成果对如下问题研究不足：①条间力的分析，如图 1(a)所示；②滑动面型式没有针对更为普遍的情况，如图 1(b)、(c)、(d)所示滑动面存在一段弓形体。

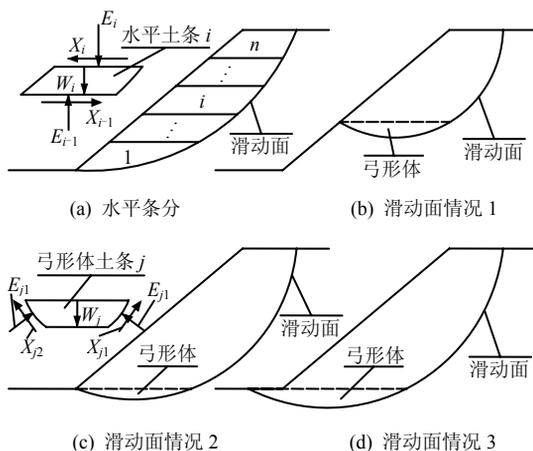


图 1 水平条分条间力和存在弓形体的滑动面  
Fig.1 Inter-slice forces of horizontal slice and sliding surface with presence of toxoplasma

## 2.1 水平条分条间力分析

对于条间力，在竖直条分法中，一般假定  $\Delta E_i = 0$  ( $\Delta E_i = E_i - E_{i-1}$ ) 和  $\Delta X_i = 0$  ( $\Delta X_i = X_i - X_{i-1}$ )，或  $X_i = A_i E_i + B_i$  的条间力函数，其中， $E_i$ 、 $E_{i-1}$  分别为土条  $i$  两侧的法向力； $X_{i-1}$ 、 $X_i$  分别为土条  $i$  两侧的剪切力； $A_i$ 、 $B_i$  为视假设不同而不同的系数。在 Morgenster-Price 法(简称 M-P 法)中， $A_i = \lambda$ ， $B_i = 0$ ， $\lambda$  可通过对土条进行力矩平衡分析得到。

当水平条分法直接使用竖直条分法对条间力的假定时需研究其可行性。如图 2 所示， $abcd$  为水平土条  $i$ ， $ebcf$  为竖直土条  $i$ ， $E_{spi}$ 、 $X_{spi}$ 、 $E_{spi-1}$ 、 $X_{spi-1}$  分别为水平土条  $i$  上下底面的条间法向力和剪切力， $E_{szi-1}$ 、 $X_{szi-1}$ 、 $E_{szi}$ 、 $X_{szi}$  分别为竖直土条  $i$  左右侧面的条间法向力和剪切力， $N_i$ 、 $T_i$  分别为水平土条  $i$  和竖直土条  $i$  共有滑动底面的法向力和剪切力， $W_{spi}$ 、 $W_{szi}$  分别为水平土条  $i$  和竖直土条  $i$  的重力。

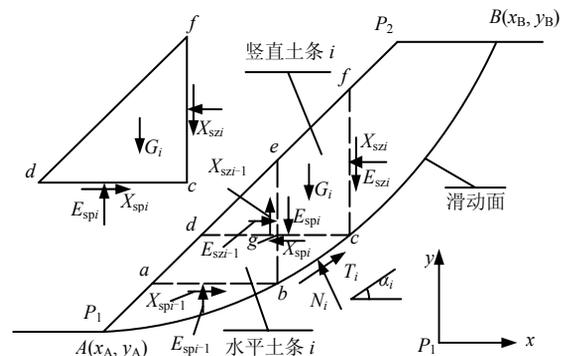


图 2 水平条分条间力与竖直条分条间力关系  
Fig.2 Relation of inter-slice forces between horizontal slice and vertical slice

将  $dcf$  作为分离体进行受力分析， $G_i$  为块体  $dcf$  的重力(即为水平土条  $i$  的上边界、竖直土条  $i$  的右侧边界及坡面线所围成块体的重力)，存在关系式：

$$\left. \begin{aligned} E_{spi} &= G_i + X_{szi} \\ X_{spi} &= E_{szi} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

由前述可知，当假定竖直土条的条间力为  $\Delta E_{szi} = 0$  和  $\Delta X_{szi} = 0$  时，按照式(1)关系，水平土条的条间应该存在如下等式： $\Delta E_{spi} = G_i - G_{i-1}$  和  $\Delta X_{spi} = 0$ 。

如图 3 所示，设边坡的重度  $\gamma$  一致，且存在有  $\alpha_{i2} > \alpha_{i1}$ 、 $G_{i1} - G_{i1-1} > 0$  (即块体  $d_1c_1f_1$  与块体  $a_1b_1e_1$  的重力之差)， $G_{i2} - G_{i2-1} < 0$  (即块体  $d_2c_2f_2$  与块体  $a_2b_2e_2$  的重力之差)，若设  $|G_{i1} - G_{i1-1}| = |G_{i2} - G_{i2-1}|$ ，则其产生的下滑力分量为： $(G_{i1} - G_{i1-1})\sin\alpha_{i1} + (G_{i2} - G_{i2-1})\sin\alpha_{i2} < 0$ ，产生的抗滑力分量为：

$(G_{i1}-G_{i1-1})\cos\alpha_{i1}+(G_{i2}-G_{i2-1})\cos\alpha_{i2}>0$ , 而若水平条分法仍然使用竖直条分法的假设条件 (即假定  $\Delta E_{spi} = 0$  和  $\Delta X_{spi} = 0$ ), 这时必然会在分析中增大实际的下滑力, 减小实际的抗滑力, 因而得到的安全系数要较竖直条分法小。同时, 可注意到水平条分法  $i1$ 、 $i2$  中的  $W_{spi1} + G_{i1} - G_{i1-1}$ 、 $W_{spi2} + G_{i2} - G_{i2-1}$  即为竖直条分  $i1$ 、 $i2$  的重量  $W_{szi1}$ 、 $W_{szi2}$ 。

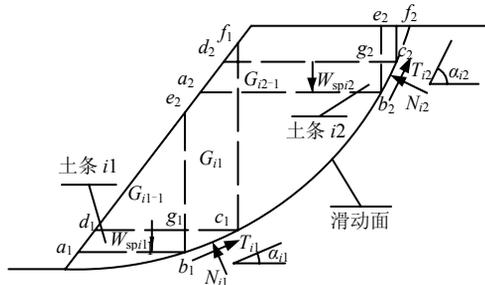


图 3 水平条分条间力假设条件分析  
Fig.3 Assumption analysis of inter-slice forces of horizontal slice

当假定竖直条分条间力为  $X_{szi} = \lambda_1 E_{szi}$  (M-P 法) 时, 由式 (1) 可知, 水平条分条间力满足:  $E_{spi} = G_i + \lambda_1 X_{spi}$ , 进行转换得  $X_{spi} = \lambda_2 (E_{spi} - G_i)$ , 其中,  $\lambda_2 = 1/\lambda_1$ 。若水平条分法对条间力的假定与竖直条分法的假定一致时 (即  $X_{spi} = \lambda_2 E_{spi}$ ), 必然会使条间水平剪切力较实际大 (即会增大下滑力), 因而, 得到的安全系数要较竖直条分法小。

通过以上分析, 在水平条分法中, 为了建立起与竖直条分法相等效的合理条间力假设条件, 本文以式 (1) 为基础, 得到了如下相应计算方法的水平条间力假设条件。

(1) 对于瑞典法,

$$\text{竖直条分: } \begin{cases} \Delta E_i = 0 \\ \Delta X_i = 0 \end{cases}$$

$$\text{水平条分: } \begin{cases} \Delta E_i = G_i - G_{i-1} \\ \Delta X_i = 0 \end{cases}$$

(2) 对于简化 Bishop 法和简化 Janbu 法,

$$\text{竖直条分: } \begin{cases} \sum \Delta E_i = 0 \\ \Delta X_i = 0 \end{cases}$$

$$\text{水平条分: } \begin{cases} \Delta E_i = G_i - G_{i-1} \\ \sum \Delta X_i = 0 \end{cases}$$

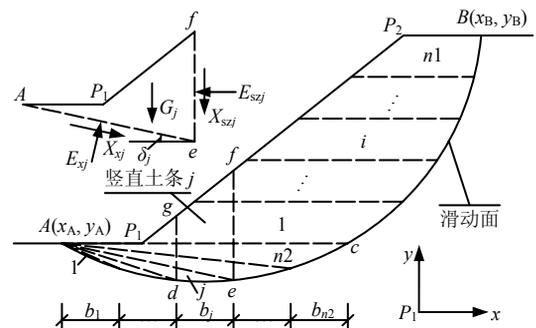
(3) 对于 M-P 法,

$$\text{竖直条分: } X_i = \lambda E_i$$

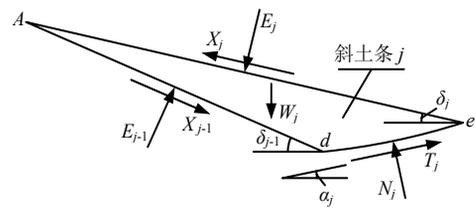
$$\text{水平条分: } X_i = \lambda E'_i, \text{ 其中, } E_i = E'_i + G_i。$$

## 2.2 一般滑动面情况下的处理方法

从图 1 (b)、(c)、(d) 中的 3 种滑动面情况可知: 当滑动面存在一段弓形体时, 若使用水平条分, 则会出现两个滑动底面, 因而对该处土条的受力求解带来麻烦, 并造成水平条分界限不清的缺点。为此, 本文采用如图 4 (a) 所示的条分法, 在下滑点 A 及其水平延长线以下的弓形体采用水平间距为  $b_j$  且过 A 点的斜条分 (条分数为  $n2$ ), 下滑点 A 及其水平延长线以上仍然采用水平条分 (条分数为  $n1$ )。



(a) 一般滑动面条分型式



(b) 斜条分受力分析

图 4 一般滑动面情况下水平条分法的处理  
Fig.4 Treatment of horizontal slice method under general situation of sliding surface

如图 4 所示,  $Ade$  为斜土条  $j$ ;  $defg$  为竖直土条  $j$ ;  $\delta_j$  为斜土条  $j$  的上侧面与  $x$  轴 (即水平方向) 之间的夹角, 顺时针方向为正;  $G_j$  为块体  $AefP_1$  的重力 (即斜土条  $j$  的上侧面、竖直土条  $j$  右侧面及坡面线所围成块体的重力),  $E_{xj}$ 、 $X_{xj}$ 、 $E_{xj-1}$ 、 $X_{xj-1}$  分别为斜土条  $j$  上下底面的条间法向力和剪切力。将  $AefP_1$  作为分离体进行受力分析存在以下关系式:

$$\left. \begin{aligned} E_{xj} &= (G_j + E_{szj}) \cos \delta_j + X_{szj} \sin \delta_j \\ X_{xj} &= -(G_j + E_{szj}) G_i \sin \delta_j + X_{szj} \cos \delta_j \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

按照 2.1 节所述, 在斜条分中, 为了建立起与竖直条分相等效的合理条间力假设条件, 本文以式 (2) 为基础, 得到了如下相应计算方法的斜条条间力假设条件。

(1) 对于瑞典法:

竖直条分:  $\begin{cases} \Delta E_i = 0 \\ \Delta X_i = 0 \end{cases}$ ,

斜条分:  $\begin{cases} \Delta(E_{iy} - X_{iy}) = G_i - G_{i-1} \\ \Delta(E_{ix} + X_{ix}) = 0 \end{cases}$ ,

其中,  $E_{ix} = E_i \sin \delta_i$ ;  $X_{ix} = X_i \cos \delta_i$ ;  $E_{iy} = E_i \cos \delta_i$ ;  $X_{iy} = X_i \sin \delta_i$ 。

(2) 对于简化 Bishop 法和简化 Janbu 法:

竖直条分:  $\begin{cases} \sum \Delta E_i = 0 \\ \Delta X_i = 0 \end{cases}$ ,

斜条分:  $\begin{cases} \Delta(E_{iy} - X_{iy}) = G_i - G_{i-1} \\ \sum \Delta(E_{ix} + X_{ix}) = 0 \end{cases}$ 。

(3) 对于 M-P 法:

竖直条分:  $X_i = \lambda E_i$ ,

斜条分:  $X_i = X' - G_i \sin \delta_j = \lambda E'_i - G_i \sin \delta_j$ ,  $E_i = E'_i + G_i \cos \delta_j$ 。

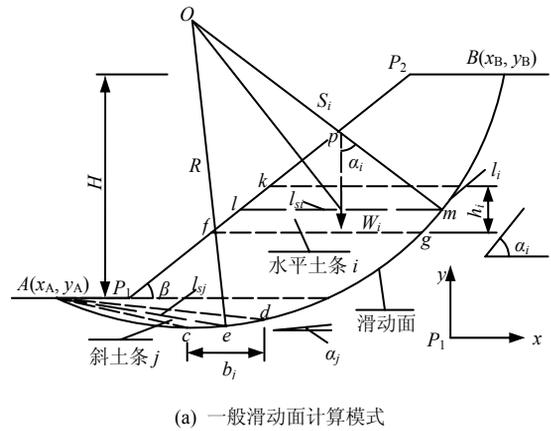
### 3 安全系数计算方法

如图 5 所示, 水平条分的土条  $i$  上各力对滑动底面法向、切向的力平衡和对滑动底面中心点的力矩平衡如式 (3), 斜条分的土条  $j$  上各力对滑动底面法向、切向的力平衡和对滑动底面中心点的力矩平衡如式 (4)。

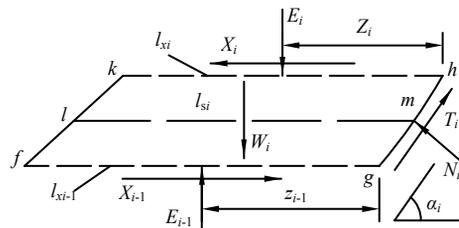
$$\left. \begin{aligned} N_i &= (W_i + E_i - E_{i-1}) \cos \alpha_i + (X_{i-1} - X_i) \sin \alpha_i \\ T_i &= (W_i + E_i - E_{i-1}) \sin \alpha_i + (X_i - X_{i-1}) \cos \alpha_i \\ E_i(z_i - \frac{h_i}{2} \cot \alpha_i) &= E_{i-1}(z_{i-1} + \frac{h_{i-1}}{2} \cot \alpha_i) - \\ &\quad (X_i + X_{i-1}) \frac{h_i}{2} - W_i \frac{l_{si}}{2} \end{aligned} \right\} (3)$$

$$\left. \begin{aligned} N_j &= X_{j-1} \sin(\delta_{j-1} + \alpha_j) - E_{j-1} \cos(\delta_{j-1} + \alpha_j) - \\ &\quad X_j \sin(\delta_j + \alpha_j) + E_j \cos(\delta_j + \alpha_j) + W_j \cos \alpha_j \\ T_j &= -X_{j-1} \cos(\delta_{j-1} + \alpha_j) - E_{j-1} \sin(\delta_{j-1} + \alpha_j) + \\ &\quad X_j \cos(\delta_j + \alpha_j) + E_j \sin(\delta_j + \alpha_j) + W_j \sin \alpha_j \\ E_j[z_j - \frac{b_j}{2} \cos(\delta_j + \alpha_j)] &= \\ &\quad E_{j-1}[z_{j-1} + \frac{b_j}{2} \cos(\delta_{j-1} + \alpha_j)] - \\ &\quad \frac{b_j}{2} X_j \sin(\delta_j + \alpha_j) - \frac{b_j}{2} X_{j-1} \sin(\delta_{j-1} + \alpha_j) - \\ &\quad \frac{1}{3} W_j l_{sj} \end{aligned} \right\} (4)$$

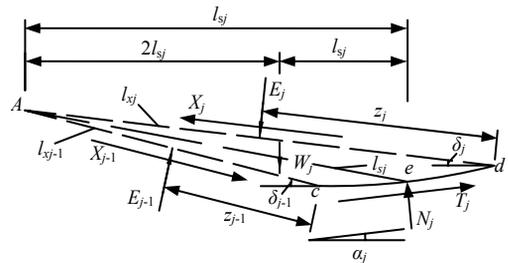
其中,  $l_{sj} = \sum_{k=1}^{j-1} b_k + 0.5b_j$ 。



(a) 一般滑动面计算模式



(b) 水平土条 i 受力分析



(c) 斜土条 j 受力分析

图 5 水平条分和斜条分受力分析

Fig.5 Stress analysis of horizontal slice and oblique slice

根据第 2 节中对水平条分条间力的分析和假设, 以及对一般滑动面型式下水平条分法的处理, 同时, 依据土条滑动底面满足摩尔-库仑准则, 可得安全系数计算方法如下:

(1) 瑞典法

由单个土条体的  $x$  轴和  $y$  轴平衡, 以及滑动土体对滑动圆弧圆心的力矩和满足  $\sum M_{抗滑} = \sum M_{下滑}$  或土条底面下滑力和抗滑力的总和满足  $\sum T_i = \sum (c_i l_i + N_i \tan \varphi) / F_s$ , 分别得到安全系数的计算式 (5)、(6)。

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n R[c_i l_i + (W_i + G_i - G_{i-1}) \cos \alpha_i \tan \varphi_i]}{\sum_{i=1}^n W_i \sin \alpha_i S_i} (5)$$

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n [c_i l_i + (W_i + G_i - G_{i-1}) \cos \alpha_i \tan \varphi_i]}{\sum_{i=1}^n (W_i + G_i - G_{i-1}) \sin \alpha_i} \quad (6)$$

式中： $F_s$ 为边坡稳定安全系数； $W_i$ 为土条  $i$  的重力，对于水平条分， $W_i = l_{si} h_i$ ；对于斜条分， $W_j = l_{sj} b_j \sin(\delta_j + \alpha_j) / (2 \cos \alpha_j)$ ； $\alpha_i$ 为土条  $i$  底面曲线中心点切线夹角； $l_i$ 为土条  $i$  底面长度； $c_i$ 为土条  $i$  底面上土的黏聚力； $\varphi_i$ 为土条  $i$  底面上土的内摩擦角； $R$ 为滑动面圆弧半径； $S_i$ 为土条  $i$  重心到滑动面圆弧圆心的力臂，如图 5(a)所示，即为  $Op$  的距离，对于水平条分， $S_i = R - l_{si} / (2 \sin \alpha_i)$ ；对于斜条分， $S_j = R - l_{sj} / (3 \sin \alpha_j)$ ，其中， $\alpha_j = 0$  时， $S_j = 0$ ； $G_i$ 、 $G_{i-1}$ 如前所述。

(2) 简化 Bishop 法

由单个土条体的  $y$  轴平衡，以及滑动土体对滑动圆弧圆心的力矩和满足  $\sum M_{抗滑} = \sum M_{下滑}$ ，得到安全系数的计算公式如式 (7)。

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{R}{m_{0i}} \{c_i l_i \cos \alpha_i + [W_i + (G_i - G_{i-1})] \tan \varphi_i\}}{\sum_{i=1}^n W_i \sin \alpha_i S_i} \quad (7)$$

$$m_{0i} = \cos \alpha_i + \sin \alpha_i \frac{\tan \varphi_i}{F_s} \quad (8)$$

(3) 简化 Janbu 法

由单个土条体的  $x$  轴和  $y$  轴平衡，得到安全系数的计算公式如式 (9)。

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n \{c_i l_i \cos \alpha_i + [W_i + (G_i - G_{i-1})] \tan \varphi_i\} \frac{1}{\cos \alpha_i m_{0i}}}{\sum_{i=1}^n [W_i + (G_i - G_{i-1})] \tan \alpha_i} \quad (9)$$

同时，有些文献<sup>[21-22]</sup>对竖直条分法中简化 Janbu 法进行了改进，即将式 (9) 分子中的  $\cos \alpha_i$  直接乘入到分母，本文也对式 (9) 进行同样改进，得到安全系数的计算公式如式 (10)。

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n \{c_i l_i \cos \alpha_i + [W_i + (G_i - G_{i-1})] \tan \varphi_i\} \frac{1}{m_{0i}}}{\sum_{i=1}^n [W_i + (G_i - G_{i-1})] \sin \alpha_i} \quad (10)$$

(4) M-P 法

由单个土条体的滑动底面法向和切向力平衡，

以及对土条滑动底面中心点的力矩平衡，得到安全系数的计算公式如式 (11)，及式中水平条分和斜条分时的各参数量  $\Phi_i$ 、 $\Phi_j$ 、 $\Phi_{i-1}$ 、 $\Phi_{j-1}$ 、 $\Psi_{i-1}$ 、 $\Psi_{j-1}$ 、 $T_i$ 、 $T_j$ 、 $R_i$ 、 $R_j$  的计算如式 (12) ~ (21)。

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (R_i \prod_{j=i}^{n-1} \Psi_j) + R_n}{\sum_{i=1}^{n-1} (T_i \prod_{j=i}^{n-1} \Psi_j) + T_n} \quad (11)$$

水平条分时：

$$\Phi_i = (-\cos \alpha_i + \lambda \sin \alpha_i) \tan \varphi_i + (\sin \alpha_i + \lambda \cos \alpha_i) F_s \quad (12)$$

$$\Phi_{i-1} = (-\cos \alpha_{i-1} + \lambda \sin \alpha_{i-1}) \tan \varphi_{i-1} + (\sin \alpha_{i-1} + \lambda \cos \alpha_{i-1}) F_s \quad (13)$$

$$\Psi_{i-1} = [(-\cos \alpha_i + \lambda \sin \alpha_i) \tan \varphi_i + (\sin \alpha_i + \lambda \cos \alpha_i) F_s] / \Phi_{i-1} \quad (14)$$

$$T_i = (W_i + G_i - G_{i-1}) \sin \alpha_i \quad (15)$$

$$R_i = (W_i + G_i - G_{i-1}) \cos \alpha_i \tan \varphi_i + c_i l_i \quad (16)$$

斜条分时：

$$\Phi_j = [-\cos(\delta_j + \alpha_j) + \lambda \sin(\delta_j + \alpha_j)] \tan \varphi_j + [\sin(\delta_j + \alpha_j) + \lambda \cos(\delta_j + \alpha_j)] F_s \quad (17)$$

$$\Phi_{j-1} = [-\cos(\delta_{j-1} + \alpha_{i-1}) + \lambda \sin(\delta_{j-1} + \alpha_{j-1})] \tan \varphi_{j-1} + [\sin(\delta_{j-1} + \alpha_{j-1}) + \lambda \cos(\delta_{j-1} + \alpha_{j-1})] F_s \quad (18)$$

$$\Psi_{j-1} = \{[-\cos(\delta_{j-1} + \alpha_j) + \lambda \sin(\delta_{j-1} + \alpha_j)] \tan \varphi_j + [\sin(\delta_{j-1} + \alpha_j) + \lambda \cos(\delta_{j-1} + \alpha_j)] F_s\} / \Phi_{j-1} \quad (19)$$

$$T_j = (W_j + G_j - G_{j-1}) \sin \alpha_j \quad (20)$$

$$R_j = (W_j + G_j - G_{j-1}) \cos \alpha_j \tan \varphi_j + c_j l_j \quad (21)$$

其中， $\lambda$  的计算公式如式 (22)，水平条分和斜条分时  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $B_1$ 、 $B_2$  的计算公式如式 (23) ~ (26)。

$$\lambda = \frac{A_1 + A_2}{B_1 + B_2} \quad (22)$$

水平条分时

$$A_i = \sum_{i=1}^{n1} [(G_i + E_i + G_{i-1} + E_{i-1}) h_i \cot \alpha_i - W_i l_{si}] \quad (23)$$

$$B_1 = \sum_{i=1}^{n1} [(E_i + E_{i-1})h_i] \quad (24)$$

斜条分时

$$A_2 = \sum_{j=1}^{n2} \{ [E_j \cos(\delta_j + \alpha_j) + E_{j-1} \cos(\delta_{j-1} + \alpha_j) + (G_j + G_{j-1}) \cos \alpha_j - \frac{2}{3} W_j (j - 0.5)] b_j \} \quad (25)$$

$$B_2 = \sum_{j=1}^{n2} \{ [E_j \sin(\delta_j + \alpha_j) + E_{j-1} \sin(\delta_{j-1} + \alpha_j)] b_j \} \quad (26)$$

### 4 计算对比分析

#### 4.1 均质边坡

参考文献[23], 选择 3 个算例进行对比分析, 如图 6~8 所示。其中, 对于任意曲线滑动面, 采取文献[21]方法。算例参见表 1。

算例 1~3 计算得的最小安全系数见表 2, 得到的临界滑动面如图 6~8 所示。

从表 2 可知: 本文各方法在水平条分时, 计算得的安全系数与竖直条分法和文献[23]方法较接近, 说明本文对水平条分不足所采取的处理方法可

行; 水平条分法时, 两种瑞典法计算的安全系数基本一致; 水平和竖直条分法下的一般简化 Janbu 法 (即简化 Janbu 法式 (9)) 计算得的安全系数偏小, 改进的简化 Janbu 法 (即简化 Janbu 法式 (10)) 计算得的安全系数与简化 Bishop 法和 M-P 法颇为接近, 说明改进简化 Janbu 法对边坡的稳定性评判更准确些。

从图 6~8 可知: 水平条分法和竖直条分法下, 本文各方法得到的临界任意曲线滑动面和临界圆弧滑动面与文献[23]得到的临界滑动面较接近; 临界任意曲线滑动面近似于圆弧滑动面, 但表现为非圆弧型; 水平条分下的两种瑞典法得到的临界圆弧滑动面基本相同; 一般简化 Janbu 法得到的临界滑动面的范围较其他方法要大。

表 1 算例 1~3 边坡参数  
Table 1 Slope parameters of examples 1-3

算例	坡高/m	坡比	重度 $\gamma$ /(kN/m <sup>3</sup> )	黏聚力 $c$ /kPa	内摩擦角/(°)
1	10	1:2.0	20.00	3.00	19.6
2	20	1:1.5	18.82	41.65	15.0
3	5	1:2.0	17.64	9.80	10.0

表 2 均质边坡算例中最小安全安全系数对比  
Table 2 Contrast of the minimum FOS in homogeneous slope examples

算例	滑动面 型式	本文								文献[23]						
		水平条分				竖直条分										
		瑞典法		简化 Bishop 法	简化 Janbu 法		M-P 法	瑞典法	简化 Bishop 法	简化 Janbu 法		M-P 法	Bishop 法	Spencer 法	GLE 法	严格 Janbu 法
	按式 (5)	按式 (6)	按式 (9)		按式 (10)	法				法	按式 (9)					
1	圆弧	0.941	0.939	0.977	0.934	0.976	0.975	0.942	0.985	0.935	0.985	0.984	0.987	0.986	0.986	0.990
	任意曲线				0.935	0.983	0.985			0.934	0.983	0.985				
2	圆弧	1.344	1.344	1.403	1.318	1.403	1.402	1.344	1.404	1.318	1.404	1.402	1.409	1.406		1.414
	任意曲线				1.250	1.370	1.385			1.261	1.373	1.384		1.388		1.346
3	圆弧	1.275	1.275	1.342	1.236	1.342	1.352	1.275	1.342	1.235	1.342	1.341	1.344		1.278	
	任意曲线				1.154	1.273	1.341			1.183	1.300	1.327		1.324		

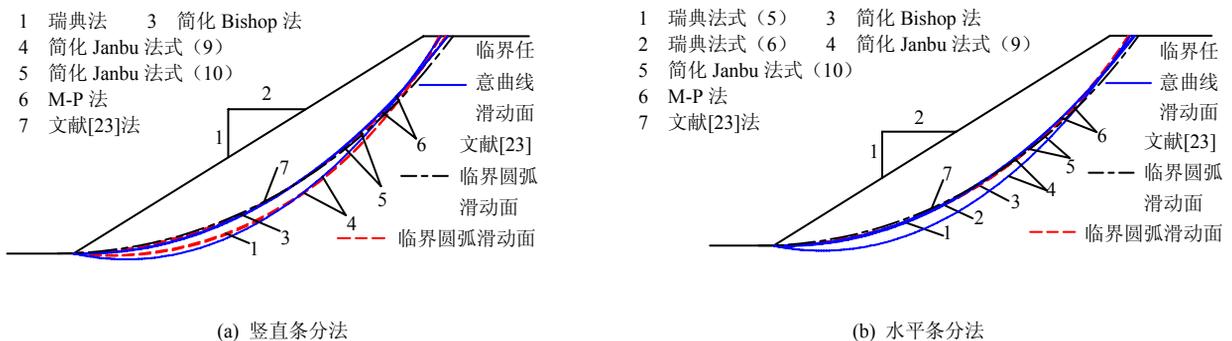


图 6 算例 1 中的临界滑动面  
Fig.6 Critical sliding surfaces in example 1

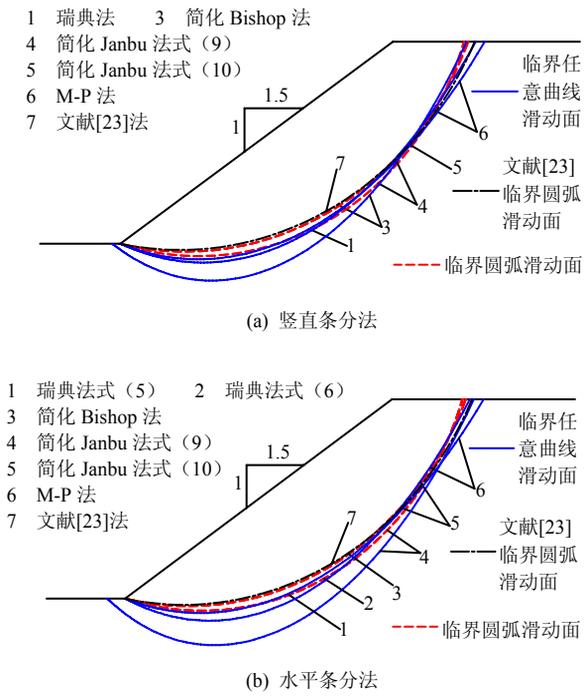


图 7 算例 2 中的临界滑动面  
Fig.7 Critical sliding surfaces in example 2

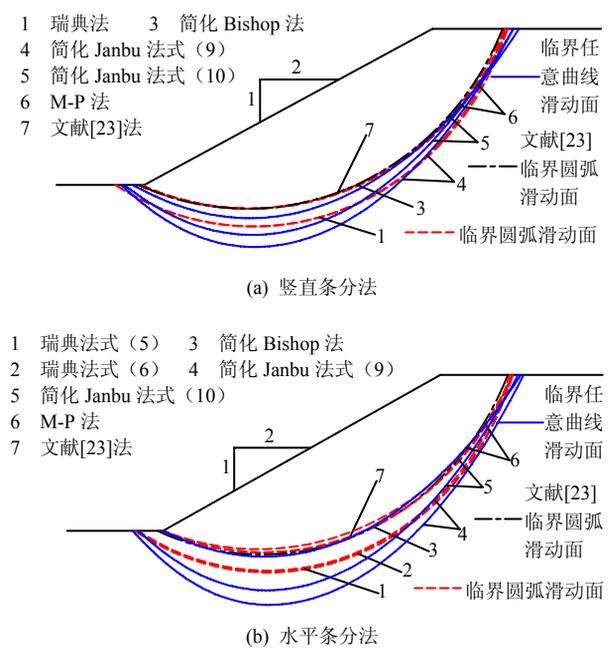


图 8 算例 3 中的临界滑动面  
Fig.8 Critical sliding surfaces in example 3

4.2 分层边坡

分别参考文献[1, 24-25], 选择 3 个算例进行对比分析, 如图 9~11 所示。其中, 对于任意曲线滑动面, 采取文献[21]方法。

算例 4: 本边坡由 3 层水平土层组成, 其下层为基岩。计算参数见表 3。在文献[1]中, 假定滑动面为圆弧滑动面时, 瑞典法计算得的最小安全系数

为 1.321, Bishop 法为 1.355, Chen-M 法为 1.357, 文献[1]法为 1.367。

算例 5: 本边坡由 2 层土层组成, 计算参数见表 3。在文献[24]中, 假定滑动面为螺旋线时, 由刚体单元上限法得出的最小安全系数为 1.01。

算例 6: 该边坡由 2 层水平土层组成, 其计算参数见表 3。在文献[25]中, 假定滑动面为分段螺旋线时, 通过极限上限分析法计算得的最小安全系数为 1.000。

算例 4~6 计算得的最小安全系数见表 4, 得到的临界滑动面如图 9~11 所示。

表 3 算例 4~6 边坡参数  
Table 3 Slope parameters of examples 4-6

算例	土层序号	土层高(厚) /m	坡角(坡比) /(%)	重度 /(kN/m <sup>3</sup> )	黏聚力 c/kPa	内摩擦角 φ/(°)
4	①	8	28	18.0	12.0	28
	②	8	28	20.0	14.0	26
	③	8	28	19.0	10.0	27
5	①	4	38	19.0	5.3	23
	②	4	38	19.5	7.2	20
6	①	4	60	18.4	14.5	10
	②	4	60	18.4	14.5	30

注: 土层高度之和等于坡高。

表 4 分层边坡算例中最小安全系数对比  
Table 4 Contrast of the minimum FOS in layered slope examples

滑动面型式	算例 4		算例 5		算例 6		
	圆弧	任意曲线	圆弧	任意曲线	圆弧	任意曲线	
水平条分	瑞典法 按式(5)	1.322		0.937		1.069	
	瑞典法 按式(6)	1.374		0.935		1.069	
	简化 Bishop 法	1.365		0.992		1.083	
	简化 Janbu 法 按式(9)	1.364	1.377	0.924	0.922	1.069	1.043
	Janbu 法 按式(10)	1.428	1.438	0.991	1.002	1.083	1.073
	M-P 法	1.371	1.385	0.984	1.002	1.087	1.072
竖直条分	瑞典法	1.316		0.948		1.068	
	简化 Bishop 法	1.375		1.009		1.083	
	简化 Janbu 法 按式(9)	1.305	1.306	0.935	0.922	1.066	1.051
	Janbu 法 按式(10)	1.375	1.371	1.009	1.001	1.080	1.073
	M-P 法	1.374	1.375	1.002	1.001	1.085	1.075

从表 4 可知: 在分层土坡中, 本文水平条分法下的各方法计算得的安全系数与竖直条分法和文献方法相也非常接近, 两种瑞典法计算得的安全系数也基本一致; 改进的简化 Janbu 法(即简化 Janbu 法式(10))计算得的安全系数仍较一般简化 Janbu 法(即简化 Janbu 法式(9))优。

从图9~11可知：本文水平条分法和竖直条分法下各方法得到的临界滑动面（包括任意曲线滑动面和圆弧滑动面）与文献得到的临界滑动面相接近，临界任意曲线滑动面相似于圆弧滑动面，但表现为非圆弧型；水平条分法下两种瑞典法得到的临界圆弧滑动面仍基本相同。

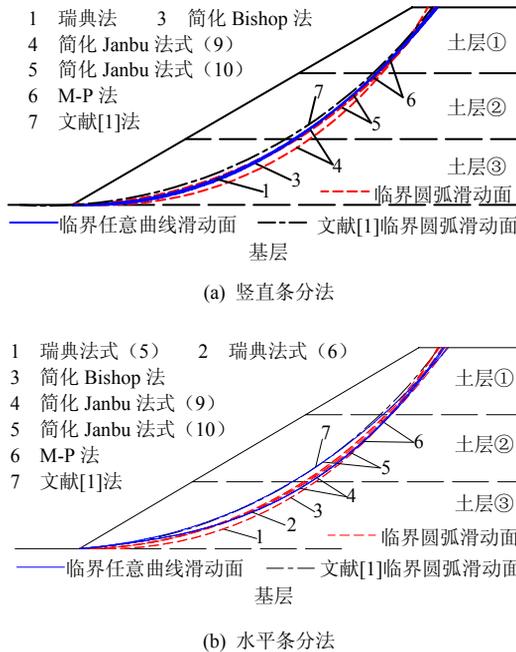


图9 算例4中的临界滑动面  
Fig.9 Critical sliding surfaces in example 4

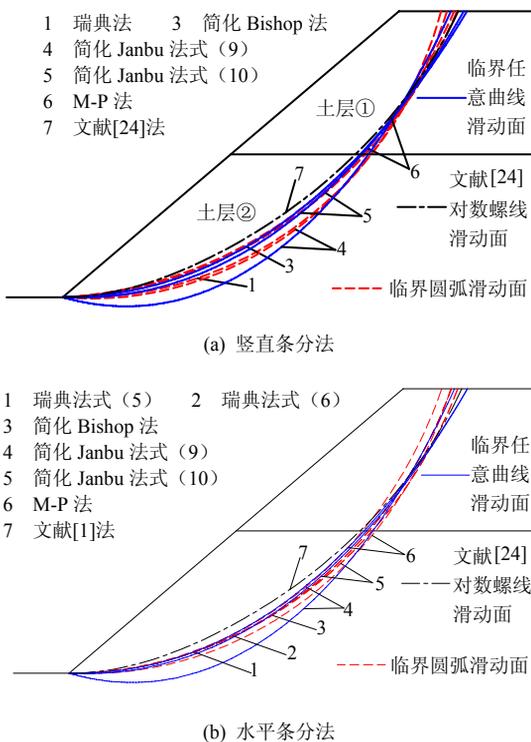


图10 算例5中的临界滑动面  
Fig.10 Critical sliding surfaces in example 5

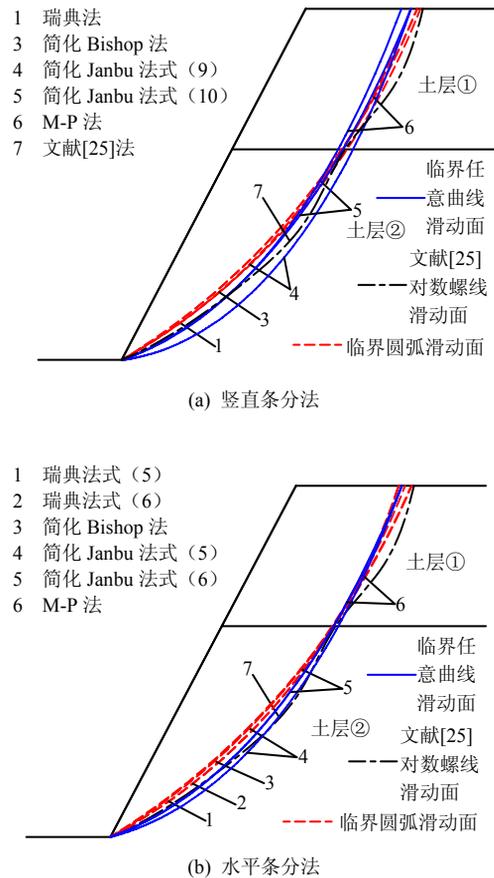


图11 算例6中的临界滑动面  
Fig.11 Critical sliding surfaces in example 6

### 5 结论

(1) 本文对水平条分和竖直条分中条间力的关系进行了分析，建立起水平条分法与竖直条分法相对应的条间力假设条件，并对水平条分遇到滑动面存在一段弓形体时，采用取斜条分与水平条分相结合模式，通过算例对比分析可知，文中各方法在水平条分时计算得的安全系数与竖直条分法和以往研究成果相接近，得到的临界滑动面也颇为相似，说明本文针对水平条分不足所采取的处理方法可行；

(2) 任意曲线滑动面方法与圆弧滑动面方法计算得的安全系数接近，但较圆弧滑动面方法整体上偏小，且得到的临界滑动面与圆弧滑动面相似，但表现为非圆弧型；

(3) 水平条分法中两种瑞典法计算得的安全系数和临界滑动面基本一致，竖直和水平条分法中一般 Janbu 法计算得的安全系数偏小，改进简化 Janbu 法计算得的安全系数与简化 Bishop 法和 M-P 法颇为接近，且改进简化 Janbu 法较一般 Janbu 法得到的临界滑动面与其他方法更接近一些。

## 参 考 文 献

- [1] 陈昌富, 杨宇. 边坡稳定性分析水平条分法及其进化计算[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2004, 31(3): 72—75.  
CHEN Chang-fu, YANG Yu. Horizontal slice method of slope stability analysis based on evolutionary algorithm[J]. **Journal of Hunan University(Natural Sciences)**, 2004, 31(3): 72—75.
- [2] 朱大勇, 邓建辉, 台佳佳. 简化 Bishop 法严格性的论证[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(3): 455—458.  
ZHU Da-yong, DENG Jian-hui, TAI Jia-jia. Theoretical verification of rigorous nature of simplified Bishop method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(3): 455—458.
- [3] 朱大勇, 李焯芬, 黄茂松, 等. 对 3 种著名边坡稳定性计算方法的改进[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(2): 183—194.  
ZHU Da-yong, LEE C F, HUANG Mao-song, et al. Modifications to three well-known methods of slope stability analysis[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(2): 183—194.
- [4] 邹广电. 边坡稳定分析条分法的一个全局优化算法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(3): 309—312.  
ZOU Guang-dian. A global optimization method of the slice method for slope stability analysis[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2002, 24(3): 309—312.
- [5] 万文, 曹平, 冯涛, 等. 基于加速混合遗传算法搜索复杂边坡的最危险滑动面[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(4): 475—479.  
WAN Wen, CAO Ping, FENG Tao, et al. Searching for the most dangerous failure surface of complex slope based on accelerating hybrid genetic algorithm[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2006, 28(4): 475—479.
- [6] 陈祖煜. 土坡稳定分析通用条分法及其改进[J]. 岩土工程学报, 1983, 5(4): 11—27.  
CHEN Zu-yu. The generalized method of slices for slope stability analysis and its modifications[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1983, 5(4): 11—27.
- [7] 方玉树. 边坡稳定性分析条分法最小解研究[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(3): 331—335.  
FANG Yu-shu. The lowest solution of slice method for slope stability analysis[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2008, 30(3): 331—335.
- [8] 吴振君, 葛修润. 求解边坡矢量和安全系数的条分法[J]. 岩土力学, 2009, 30(8): 2337—2342.  
WU Zhen-jun, GE Xiu-run. Solving vector sum factor of safety of slope by method of slices[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(8): 2337—2342.
- [9] 童志怡, 陈从新, 徐健, 等. 边坡稳定性分析的条块稳定系数法[J]. 岩土力学, 2009, 30(5): 1393—1398.  
TONG Zhi-yi, CHEN Cong-xin, XU Jian, et al. A slice-stability method for stability analysis of slopes[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(5): 1393—1398.
- [10] 高玉峰, 范昭平. 多点、多向地震作用下非圆弧滑面边坡稳定分析通用条分法[J]. 岩土力学, 2010, 31(12): 3816—3822.  
GAO Yu-feng, FAN Zhao-ping. Generalized slice method for stability analysis of slope with non-circular slide face under multipoint and multidirection seismic ground motions[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(12): 3816—3822.
- [11] 殷宗泽. 土工原理[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2007.
- [12] BISHOP A W. The use of slip circle for the stability analysis of slopes[J]. **Geotechnique**, 1955, 5(1): 7—17.
- [13] MORGENSTERN N R, PRICE V E. The analysis of the stability of general slip surfaces[J]. **Geotechnique**, 1965, 15(1): 79—93.
- [14] SPENCER E. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces[J]. **Geotechnique**, 1967, 17(1): 11—26.
- [15] 陈昌富, 杨宇, 龚晓南. 基于遗传算法地震荷载作用下边坡稳定性分析水平条分法[J]. 岩石力学与工程学报,

- 2003, 22(11): 1919—1923.
- CHEN Chang-fu, YANG Yu, GONG Xiao-nan. Horizontal slice method of slope stability analysis under seismic load based on genetic algorithm[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(11): 1919—1923.
- [16] 杨明成. 基于力平衡求解安全系数的一般条分法[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(7): 1216—1221.
- YANG Ming-cheng. A general slice method for determination of factors of safety based on force equilibrium[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(7): 1216—1221.
- [17] SHAHGHOLI M, FAKHER A, JONES C J F P. Horizontal slice method of analysis[J]. **Géotechnique**, 2001, 51(10): 881—885.
- [18] NOURI H, FAKHER A, JONES C J F P. Development of horizontal slice method for seismic stability analysis of reinforced slopes and walls[J]. **Geotextiles and Geomembranes**, 2006, 24(3): 175—187.
- [19] NOURI H, FAKHER A, JONES C J F P. Evaluating the effects of the magnitude and amplification of pseudo-static acceleration on reinforced soil slopes and walls using the limit equilibrium horizontal slices method[J]. **Geotextiles and Geomembranes**, 2008, 26(3): 263—278.
- [20] 魏作安, 朱彬, 万玲, 等. 边坡锚固工程分析中的水平条分法[J]. 土木建筑与环境工程, 2010, 32(3): 53—56.
- WEI Zuo-an, ZHU Bin, WAN Lin, et al. Horizontal slice method for the stability analysis of reinforced slopes[J]. **Journal of Civil Architectural and Environmental Engineering**, 2010, 32(3): 53—56.
- [21] 邓东平, 李亮, 赵炼恒. 基于 Janbu 法的边坡整体稳定性滑动面搜索新方法[J]. 岩土力学, 2011, 32(3): 891—898.
- DENG Dong-ping, LI Liang, ZHAO Lian-heng. A new method of sliding surface searching for general stability of slope based on Janbu method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(3): 891—898.
- [22] 邓东平, 李亮, 赵炼恒. 稳定渗流条件下土坡稳定性分析的一种新方法[J]. 工程地质学报, 2011, 19(1): 29—36.
- DENG Dong-ping, LI Liang, ZHAO Lian-heng. A new method of stability analysis of slope under the condition of steady seepage[J]. **Journal of Engineering Geology**, 2011, 19(1): 29—36.
- [23] Rocscience Inc. Slide verification manual[R]. Toronto: Rocscience Inc., 2003.
- [24] 王根龙, 伍法权, 张军慧. 非均质土坡稳定性分析评价的刚体单元上限法[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 28(增刊 2): 3425—3430.
- WANG Gen-long, WU Fa-quan, ZHANG Jun-hui. Upper bound approach of rigid elements for inhomogeneous soil slope stability analysis[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 28(Supp. 2): 3425—3430.
- [25] KUMAR J, SAMUI P. Stability determination for layered soil slopes using the upper bound limit analysis[J]. **Geotechnical and Geological Engineering**, 2006, 24(6): 1803—1819.