文章编号：1000－7598 (2009) 09－2651－04

计算边坡安全系数的坡向离心法

王正中[1]，牟声远[1, 2]，刘 军[3]

（1. 西北农林科技大学 水工程安全与病害防治研究中心，陕西 杨凌 712100；
2. 煤炭科学研究总院 重庆研究院，重庆 400037；3. 郑州市建筑设计院，郑州 450052）

摘 要：边坡稳定分析方法发展最引人注目，它是经典土力学最早试图解决而至今仍未圆满解决的课题。在常用边坡分析方法的基础上，从边坡失稳机制出发，提出一种更方便的安全系数计算方法——坡向离心法。该法通过不断增大水平加速度，直至边坡失稳为止，依据水平加速度与重力加速度失稳影响机制求得安全系数。通过算例与传统极限平衡法和有限元强度折减法相比较，并对各物理参数进行敏感性分析。结果表明，坡向离心法在边坡工程稳定分析中的应用是切实可行的，其弹性模量和泊松比对该法所求安全系数影响不大。

关 键 词：坡向离心法；边坡稳定分析；安全系数；敏感性分析

中图分类号：TU 413 **文献标识码：**A

Slope centrifugal method for calculating safety factor of slope stability

WANG Zheng-zhong[1], MU Sheng-yuan[1, 2], LIU Jun[3]

(1. Research Center of Water Eengineering Safety and Disaster Prevention, Northwest A&F University, Yangling 712100, China; 2. Chongqing Research Institute, China Coal Research Institute, Chongqing 400037, China; 3. Zhengzhou Architectural Design Institute, Zhengzhou 450052, China)

Abstract: Much attention has been paid to the development of the analysis method for slope stability, which is an unsolved problem in the classical soil mechanics till now. Based on the previous analysis methods and slope failure mechanism, a convenient approach, slope centrifugal method, is presented to calculate the safety factor of slope stability in the current work. In detail, the horizontal acceleration is applied on a slope and the value of the acceleration increases until that the slope failure happens. The safety factor can be obtained considering both of the centrifugal and the gravity on the failure slope. The comparisons between the presented method and the previous methods, e.g. the traditional limit equilibrium method and the finite element intensity discount method, is given by an example; and the sensitivity analysis of various physical parameters is given to show the validity of the presented method for analysis of slope failure. Results also show that the safety factor obtained by the presented method depends on the elasticity of the material in slope, slightly.

Key words: slope centrifugal method; slope stability analysis; safety factor; sensitivity analysis

1 引 言

安全系数法经过长期工程实践的证明,成为边坡稳定分析中一种常用而有效的方法。自 Fellenius 于 1927 年提出圆弧滑动法计算安全系数以来,至今已出现了数十种分析方法，如极限平衡法、极限分析法、有限元强度折减法等，其中建立在极限平衡理论基础上的稳定性分析方法，经过 80 多年的发展虽已积累了丰富的使用经验，但此方法没有考虑土体内部的应力-应变关系，无法分析边坡破坏的发生和发展过程，在求安全系数时通常需要假定滑裂面形状为折线、圆弧、对数螺旋线等[1]。各种极限平衡方法所做的假设不同，对计算结果和精度都有显著影响。有限元强度折减法[2−3]虽克服了传统方法的缺点，但实际破坏机制并不是因为强度指标降低，而是由于外荷载增加等其他原因导致，对于强度指标 c、φ 的同比例折减是否合理目前还没有统一认识，且参数反复折减，使有限元计算需反复试算，增加了工作量。 唐春安[4]等提出离心法分析边坡稳定性，但由于离心模型是采用小比例尺模型，那么所需填料也要按同一比例缩小，有时满足了尺寸效应，但随着缩制率的加大将会改变原位料的性

收稿日期：2008-05-12
基金项目：国家自然科学基金资助项目（No. 50779057）。
第一作者简介：王正中，男，1963 年生，教授，博士生导师，从事水工结构工程学科教学与科研工作。E-mail: mushengyuan@163.com

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

质，小尺寸的原状试样在离心试验中不能完全反映整个原位模型的物理力学性质，如原状样中存在结构面、裂隙、夹层等在模型中不能按比例缩小，这样对边坡，特别是对岩质边坡的试验就失去了有效性，较难完全满足力学、物理、几何的一致相似性。基于离心原理的有限元重度增加法虽克服了模型试验的缺点，但无法反映由于水平动力荷载增大导致的边坡失稳,而且与强度折减法及极限平衡法相比，在摩擦角较大的缓坡情况，所得到的安全系数相对较大。基于这些原因，本文探索一种建立在有限差分法基础上的方便可行的方法——坡向离心法。即通过施加不断增大的水平加速度，增大下滑力，减小抗滑力，直至边坡失稳破坏为止，建立水平加速度和重力加速度与安全系数的关系。进一步对不同坡比的边坡应用各种方法进行分析，以及对各物理参数进行敏感性分析，以评价本文方法的可行性，期望起到抛砖引玉之作用。

2 坡向离心法的基本原理

2.1 安全系数的定义

使地基或者土坡进入极限状态有两种方法[5]：增量加载和强度折减。坡向离心法的思想就是通过施加不断增大的水平加速度，增大下滑力，减小抗滑力，直至边坡达到破坏状态。

安全系数定义为滑动面的抗滑力（矩）与下滑力（矩）之比，即

$$F_{\mathrm{s}}=\frac{cl+mg_0\cos\alpha\tan\varphi}{mg_0\sin\alpha} \tag{1}$$

式中：c 为土的粘聚力；l 为单个土条的滑动面长度；m 为土条块质量；g_0 为重力加速度的大小值；α 为边坡坡角；φ 为土（岩）体的内摩擦角。

当增加水平加速度 g_1 后边坡破坏，此时下滑力增加 $g_1\cos\alpha$，法向应力减小 $g_1\sin\alpha$，在坡向方向根据受力平衡条件得：

$$\begin{aligned}&mg_0\sin\alpha+mg_1\cos\alpha=\\&\quad cl+(mg_0\cos\alpha-mg_1\sin\alpha)\tan\varphi\end{aligned} \tag{2}$$

所以

$$\begin{aligned}&cl+mg_0\cos\alpha\tan\varphi=\\&\quad mg_1(\sin\alpha\tan\varphi+\cos\alpha)+mg_0\sin\alpha\end{aligned} \tag{3}$$

将式（3）代入式（1）得

$$F_{\mathrm{s}}=1+\frac{g_1}{g_0}(\cot\alpha+\tan\varphi) \tag{4}$$

式中：g_1 为增加的水平加速度大小值。

2.2 坡向离心法的优点

该法与传统的方法相比具有如下优点：①随水平加速度地不断增加，其他指标始终为常量，操作简单方便。②安全系数的定义清晰明确，即下滑力的增加和抗滑力的减小这两部分，使计算结果更加准确。③反映边坡滑动力增大的失稳机制，克服了进行强度折减使实际强度失真的缺陷。④能再现地震场以及与自重有关的变形过程，直观揭示变形破坏的机制。⑤考虑了土体非线性应力-应变关系，从而使稳定性分析从理论上来说更加合理。

2.3 破坏标准

有限元、有限差分计算中经常遇到一个比较棘手的问题，即如何判断边坡是否达到临界破坏状态。目前边坡稳定数值分析中判断边坡失稳破坏的标准通常有：迭代求解的不收敛、广义剪应变不贯通、塑性区的范围及其连通状态、边坡内某点的位移与折减系数的关系曲线等[3, 6]，如以迭代次数达到一定值还没有收敛为标准显然不合理。因为导致不收敛的因素是多方面的，滑动面塑性区贯通是土体破坏的必要条件，但不是充分条件，即贯通和失稳还有差别。本文采用三维显式有限差分法的数值方法分析，即所谓的拉格朗日算法分析。首先，调用运动方程，由网格点速度求得单元应变率，由应力应变本构关系计算单元应力，从而确定节点的合力，若网格点受到的合力不等于 0，那么它就具有不平衡力，进而可以求得网格点新的速度和位移，到此计算为一个循环，然后按时步进行下一步的循环，直到问题收敛，即单元的最大不平衡力随时步增加而逐渐趋于极小值，则计算稳定，循环结束[7]。图 1 为最大不平衡力收敛过程。

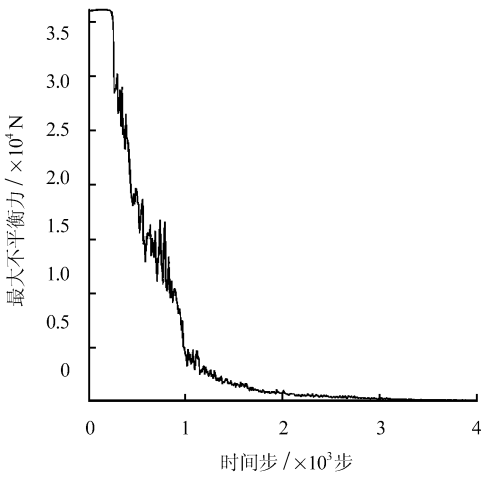

图 1 收敛准则（最大不平衡力历史记录）

Fig.1 Convergence rule

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

2.4　坡向离心法需要满足的条件

在使用该法时应满足以下条件：①要有一个成熟可靠的有限元程序；②可供实用的本构模型和强度屈服准则；③计算范围、边界条件、网格划分等有限元模型的建立及其计算参数设置要满足有限元计算精度的要求。

3　算例分析

为验证本方法的正确性，选取某土坡作为研究对象，在不同坡角情况下，采用不同方法进行计算比较。采用的方法有瑞典条分法、简化 Bishop 法、Spencer 法、强度折减法和坡向离心法，前两种方法采用理正岩土 5.1 版本计算，Spencer 法采用 GeoStudio 2004 计算，强度折减法和坡向离心法采用 FLAC 3d 3.0 进行计算。计算模型如图 2 所示。计算边界范围根据郑颖人等的建议[3]：坡脚到左端边界的距离为坡高的 1.5 倍，坡顶到右端边界的距离为坡高的 2.5 倍，且上下边界总高不低于 2 倍坡高。坡高 $H=20$ m，土重度 $\gamma=18$ kN/m^3，凝聚力 $c=40$ kPa，内摩擦角 $\varphi=20°$，弹性模量 $E=80$ MPa，泊松比 $\mu=0.25$。求坡角 β 分别为 30°、40°、45°、50°、60° 时边坡的安全系数，网格剖分见图 2，计算结果见表 1。

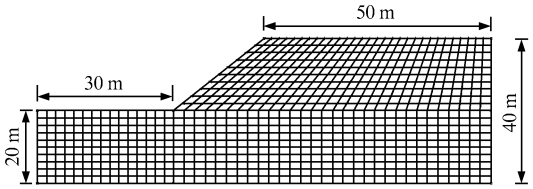

图 2　模型网格图

Fig.2　Characterization of numerical model

表 1　不同方法求得的安全系数

Table 1　Safe factor with differetn methods

计算方法	不同坡角（°）的安全系数				
	30	35	40	45	50
瑞典条分法	1.66	1.51	1.40	1.30	1.22
简化 Bishop 法	1.75	1.58	1.45	1.34	1.24
Spencer 法	1.78	1.62	1.49	1.38	1.28
强度折减法	1.82	1.65	1.52	1.41	1.31
坡向离心法	1.72	1.60	1.51	1.42	1.35

从表 1 计算结果可以看出，在缓坡（＜40°）中，坡向离心法计算所得安全系数与简化 Bishop 法和 Spencer 法非常接近，在陡坡（＞40°）中，此法与强度折减法接近。在整个计算结果中，最大误差也不超过 3 %。为了更进一步评价坡向离心法的合理性，图 3 为坡向离心法及强度折减法计算边坡稳定时的塑性屈服区的发展过程及其形态，可以看出坡向离心法所得塑性区分布与强度折减法基本一致，因受水平荷载的作用，其滑面较正常情况较宽，这是符合在水平荷载作用下的实际情况的，该法能更好地反映地震荷载下的塑性区分布。由此说明，该法在边坡稳定分析中的应用是切实可行的。

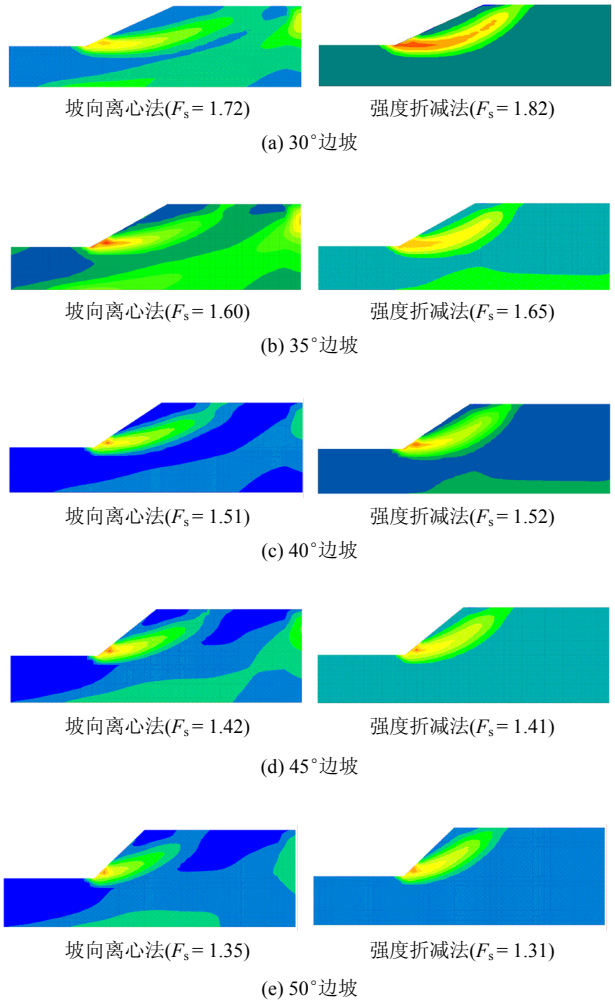

图 3　塑性区分布

Fig.3　Plastic zone of the slope

4　影响计算精度的参数分析

本文分析不同抗剪强度值 c、φ，弹性模量 E、泊松比 μ 对强度折减法和坡向离心法计算精度的影响，并与瑞典条分法及 Spencer 法分析结果进行比较。以下分析是在算例坡角为 45° 基础上，仅对所分析影响因素的参数作变化，其余条件均与算例相同，来评价相应参数的敏感性，分析结果如图 4～7 所示。分析结果表明：由图 4 和图 5 可以看出抗剪强度值 c、φ 对边坡稳定分析影响较大，且安全系数随着 c、φ 的增大而增大，c、φ 对瑞典条分法、Spencer 法、强度折减法和坡向离心法和的影响程度基本一致；由图 6 和图 7 可以看出弹性模量 E、泊松比 μ 对边坡稳定分析影响较小，且符合一般规律。

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

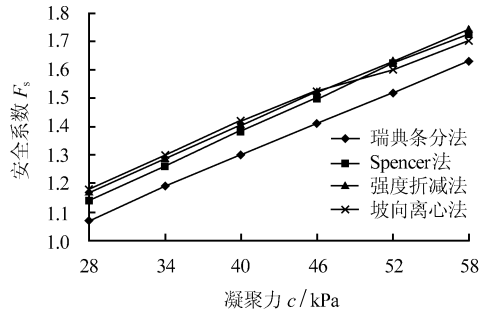

图 4 凝聚力对计算精度的影响

Fig.4 Influence of cohesion on computation precision

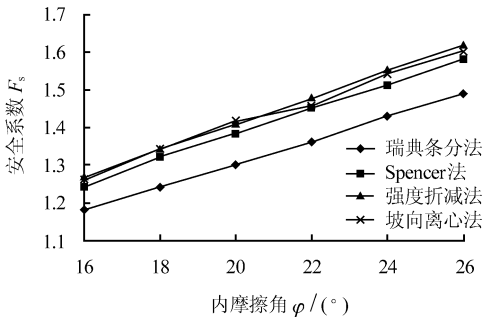

图 5 内摩擦角对计算精度的影响

Fig.5 Influence of friction angle on computation precision

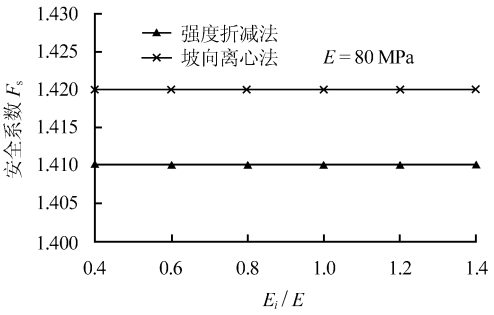

图 6 弹性模量对计算精度的影响

Fig.6 Influence of elastic modulus on computation precision

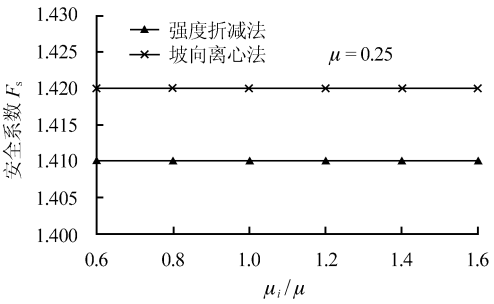

图 7 泊松比对计算精度的影响

Fig.7 Influence of Poisson's ratio on computation precision

5 结 论

坡向离心法是边坡稳定分析方法的新尝试，通过以上分析，可以得出如下结论：

（1）应用坡向离心法分析边坡稳定性时，无需假定滑动面的具体形状和位置；在计算过程中，采用真实 c、φ 参数，不需要折减，思路清晰，原理简单，容易掌握和应用于工程实际。

（2）坡向离心法继承了有限差分法的所有优点，比如考虑了土体非线性应力-应变关系，使稳定性分析从理论上来说更加合理。

（3）通过算例分析可知，坡向离心法所得安全系数与传统的极限平衡法和强度折减法所得结果相符，所得塑性区与强度折减法基本一致，说明此方法适用于边坡稳定分析。

（4）通过参数对计算结果影响分析可知：抗剪强度值 c、φ 对边坡稳定分析影响较大，弹性模量 E、泊松比 μ 对分析影响较小，这是符合一般规律的。

参 考 文 献

[1] 郑颖人，赵尚毅. 岩土工程极限分析有限元法及其应用[J]. 土木工程学报，2005, 38(1): 91－98.
ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Limit state finite element method for geotechnical engineering analysis and its applications[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2005, 38(1): 91－98.

[2] 赵尚毅，郑颖人. 用有限元强度折减法求边坡稳定安全系数[J]. 岩土工程学报，2002, 24(3): 343－346.
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren. Analysis of safety factor of slope by strength reduction FEM[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2002, 24(3): 343－346.

[3] 郑颖人，赵尚毅. 有限元强度折减法在土坡与岩坡中的应用[J]. 岩石力学与工程学报，2004, 23(19): 3381－3388.
ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Application of strength reduction FEM in soil and rock slope[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(19): 3381－3388.

[4] 唐春安，唐烈先. 岩土破裂过程分析 RFPA 离心加载法[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(1): 71－76.
TANG Chun-an, TANG Lie-xian. Centrifugal loading method of RFPA for the failure process analysis of rock and soil structure[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(1): 71－76.

[5] 郑颖人，赵尚毅. 有限元极限分析法发展及其在岩土工程中的应用[J]. 中国工程科学，2006, 8(12): 39－61.
ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Development of finite element limit analysis method and its applications to geotechnical engineering[J]. **Engineering Science**, 2006, 8(12): 39－61.

[6] 徐卫亚，肖武. 基于强度折减和重度增加的边坡破坏判据研究[J]. 岩土力学，2007, 28(3): 505－511.
XU Wei-ya, XIAO Wu. Study on slope failure criterion based on strength reduction and gravity increase method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(3): 505－511.

[7] 刘波，韩彦辉. FLAC 原理、实例与应用指南[M]. 北京：人民交通出版社，2005.

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net