

二维矩形弹性液舱内液体晃荡数值模拟研究

张秋艳, 任冰, 蒋梅荣

(大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室 辽宁 大连 116024)

摘要: 阐述 ADINA 数学模型及相关数值方法, 以二维矩形刚性液舱模型为例模拟液体晃荡, 将所得的结果与解析解进行比较, 验证该模型的有效性; 通过数值模拟, 研究二维矩形弹性液舱内的液体晃荡, 分析不同刚度、不同频率对液体晃荡自由液面波高运动的影响。

关键词: 液体晃荡; 流固耦合; 弹性液舱; ADINA

中图分类号: U674.13

文献标志码: A

文章编号: 1671-7953(2012)04-0011-06

以往对液体晃荡问题的研究均视液舱为刚性液舱^[1-3], 这与实际情况不相符。实际上液舱都具有一定的弹性。当液舱结构为弹性时, 舱内液体与结构将会相互耦合作用, 这将会急剧地改变晃荡冲击压力与液体自由液面的非线性运动。尤其当晃荡冲击压力的作用时间与弹性结构的湿周期相近或者处于同一量级时, 较之刚性结构, 弹性结构的动态响应与液体的压力可能会急剧增大, 这时就要研究其中的流固耦合和水弹性问题了^[4-6]。本文采用 ADINA-FSI 模块来研究纵荡激励下二维矩形弹性液舱内的液体晃荡问题。

1 数值模型

1.1 基本假定

假设流体为不可压缩的粘性流体, 结构为线弹性材料。流体与结构在流固耦合接触面上法向不直接脱离, 只沿切向滑动, 即流体与结构在接触面上任意时刻法向位移都是相等。

1.2 控制方程

1.2.1 结构运动基本方程

线弹性结构小变形时在直角坐标系中的运动方程为

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_{is} = \rho_s \ddot{u}_i \quad (1)$$

应变率满足

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} \right) \quad (2)$$

式中: $\dot{\epsilon}_{ij}$ ——应变率张量;

F_{is} ——结构体积力分量;

ρ_s ——结构质量密度;

$u_i, \ddot{u}_i$ ——结构质点在坐标 i 方向上的位移及加速度分量。

1.2.2 流体域内 N-S 方程和连续方程

流体域内 ALE 描述二维不可压缩粘性流体的 N-S 方程和连续方程为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g_x + v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g_y + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{array} \right. \quad (3)$$

式中: u, v —— x 和 y 方向的速度;

g_x, g_y —— x 和 y 方向的体积加速度;

p ——流体压力;

ρ ——流体密度;

v ——流体运动粘滞系数。

1.3 边界条件

流固耦合模型包括三部分: 流体域、结构域和流固耦合接触面, 因此边界条件由流固耦合接触面和流体自由表面组成。

1.3.1 流固耦合接触面上的边界条件

1) 运动学条件。在流固耦合接触面上必须

收稿日期: 2011-05-09

修回日期: 2011-05-26

基金项目: 国家自然科学基金(50879009, 50921001)

第一作者简介: 张秋艳(1986-), 女, 硕士生

研究方向: 液体晃荡的数值模拟

E-mail: zqy1016@yeah.net

满足位移协调性条件,用拉格朗日坐标系可以表示为

$$\underline{d}_f = \underline{d}_s \quad (4)$$

式中: $\underline{d}_f, \underline{d}_s$ ——流固耦合接触面上流体和结构的位移;

下划线表示变量仅定义在流固耦合接触面上。

由式(4)可推导出速度协调性条件。

固壁上的不可滑移和可滑移条件为

$$\begin{cases} \dot{\underline{d}}_f = \dot{\underline{d}}_s \\ n \cdot \dot{\underline{d}}_f = n \cdot \dot{\underline{d}}_s \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\dot{\underline{d}}_f$ ——流固耦合接触面上流体的速度;

n ——流固耦合接触面的法向向量,方向向外。

2) 动力学条件。

$$n \cdot \tau_f = n \cdot \tau_s \quad (6)$$

式中: τ_f, τ_s ——流固耦合接触面上流体和结构的应力。

1.3.2 流体自由表面条件

自由液面是一个移动的边界,流体需满足运动学条件和动力学条件。

1) 运动学条件。它要求组成自由表面的流体质点不能流出液面,或者说自由液面的法向速度要和流体的法向速度相同,这一条件对于不同的表面追踪方法,会有不同的数学表达式。

2) 动力学条件。必须满足表面应力条件,若不计表面张力,则表面应力条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial u_n}{\partial t} + \frac{\partial u_t}{\partial n} = 0 \\ -p + 2\mu \frac{\partial u_n}{\partial n} = -p_0 \end{cases} \quad (7)$$

式中: u_n ——垂直于自由表面的法向速度(对流体域来讲,以外法向为正);

u_t ——切向速度;

p_0 ——表面大气压强。

1.4 流固耦合系统方程

不管结构模型使用线性或者非线性,由于流体方程通常是非线性方程,则流固耦合方程是一个非线性方程组。假设耦合系统的解向量记为 $X = (X_f, X_s)$, 其中 X_f, X_s 分别是定义在流体和结

构节点上的解向量,流固耦合面上结构位移和流体应力分别表示为 $d_s = \underline{d}_s(X_s)$, $\tau_f = \tau_f(X_f)$, 则流固耦合系统中的有限元方程可以表示为

$$F[X] = \begin{bmatrix} F_f[X_f, \underline{d}_s(X_s)] \\ F_s[X_s, \tau_f(X_f)] \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

式中: F_f, F_s ——流体与结构相应的有限元方程。

ADINA 在求解流固耦合问题时有直接耦合求解和迭代耦合求解两种方法。本文在研究液体晃荡问题时采用直接耦合法,同时求解流体运动和结构的响应。直接耦合求解时采用 Newton-Raphson 求解耦合方程。

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} A_{ff} & A_{fs} \\ A_{sf} & A_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_f^k \\ \Delta X_s^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_f \\ B_s \end{bmatrix} \\ X^{k+1} = X^k + \Delta X^k \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{式中: } \frac{\partial F(X)}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_f}{\partial X_f} & \frac{\partial F_f}{\partial X_s} \\ \frac{\partial F_s}{\partial X_f} & \frac{\partial F_s}{\partial X_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ff} & A_{fs} \\ A_{sf} & A_{ss} \end{bmatrix};$$

$$B_f = -F_f^k = -F_f[X_f^k, \lambda_d d_s^k + (1 - \lambda_d) d_s^{k-1}];$$

$$B_s = -F_s^k = -F_s[X_s^k, \lambda_\tau \tau_f^k + (1 - \lambda_\tau) \tau_f^{k-1}].$$

其中: λ_d, λ_τ ——流体方程位移松弛因子和结构方程应力松弛因子。

求解过程概括如下: 设初始解 $X^0 = X^t$, 对 $k = 1, 2, 3, \dots$ 进行迭代, 求 $t + \Delta t$ 时刻的解 $X^{t+\Delta t}$ 。

1) 整理流体、结构和 FSI 界面方程组, 得到耦合的系统方程组。

2) 求解耦合系统的线性化系统方程组并更新得到的解。计算应力和位移残量并与给定的迭代容差作比较。如果得到的解不收敛, 且没有达到 FSI 迭代的最大次数, 则回到第一步继续下一个迭代; 否则, 程序停止并显示不收敛的信息。

3) 保存并输出流体和结构的结果。

2 ADINA 仿真结果分析

2.1 二维刚性液舱模型

考虑一个足够长的液舱的横向运动, 将其作为一个二维问题处理, 忽略沿长度方向的流动及液舱结构纵向变形的影响。矩形液舱缩比模型见图1, 尺寸为长 $L = 1.0 \text{ m}$, 高 $H = 10 \text{ m}$, 静止水深为 $h = 0.5 \text{ m}$, 液舱壁厚 $\delta = 10 \text{ mm}$, 结构的材料参数为 $\rho = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 弹性模量 $E = 210 \text{ GPa}$, 泊松比 $\nu = 0.3$; 流体采用室温下的自来水, 密度

为 $\rho = 1\,000\text{ kg/m}^3$ 粘度 $\nu = 1.005 \times 10^{-3}\text{ Pa} \cdot \text{m}$ 。在 ADINA-Structure 中建立二维矩形结构模型,假定为平面应变问题,划分为 4 节点 2-D Solid 单元,设定 FSI 流固耦合边界条件;同时在 ADINA-CFD 中建立流体模型,划分为 4 节点 2-D 流体单元,设定与结构对应的 FSI 流固耦合边界条件和自由表面边界条件,然后在 ADINA-FSI 中进行耦合计算。

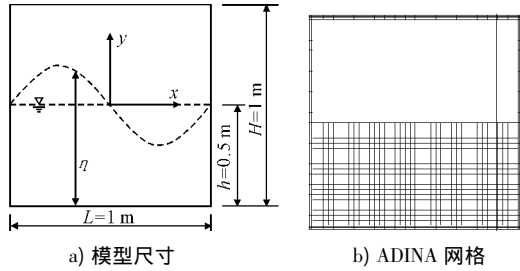


图1 矩形液舱模型

2.2 液舱内液体晃荡固有频率分析

纵荡激励下液舱内晃荡液体固有频率为 ω_n 。当液舱所受激励的频率等于舱内晃荡液体的固有频率时,液体将会产生大幅晃荡现象。对于给定几何尺寸的液舱而言,晃荡液体的固有频率由液深决定,一般由 Abramson 线性理论公式进行估算。

$$\omega_n^2 = \frac{(2n+1)\pi g}{l} \tan h \frac{(2n+1)\pi h}{l} \quad (10)$$

式中: l ——液舱长度;

n ——模态数($n=0, 1, 2, \dots$)。

将本文模型的相关尺寸代入式(10),求得液舱内液体晃荡的固有频率 f_n ($f_n = 2\pi/\omega_n$)。然后,采用 ADINA 来计算该模型液体晃荡的固有频率 f_n 将其与线性公式计算结果进行比较,基本一致,比较结果见表1。

表1 不同模态下液体晃荡固有频率

n (模态阶数)	f_n/Hz		差值/%
	解析解	ADINA 解	
0	0.845 724 368	0.845 678	0.020 8
1	1.246 556 830	1.246 700	0.099 7
2	1.529 444 372	1.529 960	0.228 6
3	1.766 186 606	1.767 310	0.410 7
4	1.974 663 245	1.976 660	0.644 5
5	2.163 135 517	2.166 320	0.931 7
6	2.336 453 412	2.341 150	1.272 3
7	2.497 773 763	2.504 350	1.668 1
8	2.649 289 148	2.658 120	2.119 1
9	2.792 595 963	2.804 110	2.627 1

2.3 ADINA 模型验证

2.3.1 Faltinsen 解析解

Faltinsen 针对水平激励下二维矩形液舱内的液体晃荡,提出了一个基于势流理论的线性解析解,广泛地应用于各种数值模型的验证。

二维矩形液舱内静止水深为 h ,液舱长度为 $2a$,遭受水平激励,所遭受的水平周期激励为

$$u_e = -A \cos \omega t \quad (11)$$

式中: u_e ——液舱激励速度函数;

A ——速度幅值 $A = b\omega$;

b ——激励位移幅值;

ω ——激励的圆频率。

由速度势函数 ϕ ,根据 Faltinsen^[6] 线性解析解,可得到自由面位移 η

$$\eta = \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=0} \quad (12)$$

$$\eta = \frac{1}{g} \sum_{n=0}^{\infty} \sin \left\{ \frac{(2n+1)\pi}{2a} x \right\} \cosh \left\{ \frac{(2n+1)\pi}{2a} h \right\} \times$$

$$\left[-A_n \omega_n \sin \omega_n t - C_n \omega \sin \omega t \right] - \frac{1}{g} A \omega x \sin \omega t \quad (13)$$

$$\text{式中: } \omega_n^2 = g \frac{(2n+1)\pi}{2a} \tanh \left[\frac{(2n+1)\pi}{2a} h \right];$$

$$C_n = \frac{\omega K_n}{\omega_n^2 - \omega^2};$$

$$A_n = -C_n - \frac{K_n}{\omega};$$

$$K_n = \frac{\omega A}{\cosh \left[\frac{(2n+1)\pi}{2a} h \right]} \frac{2}{a} \left[\frac{2a}{(2n+1)\pi} \right]^2 (-1)^n.$$

原点位于液舱中心、静止水平面处。

2.3.2 ADINA 数值解与解析解的比较

采用 2.1 模型,根据 2.2 分析得知:其一阶固有频率为 $f_0 = 0.846\text{ Hz}$ 。考虑两种工况,分析 $x = a = 0.5\text{ m}$ 处自由液面的波高历时曲线。

1) 给定外界激励频率 $f = 0.5f_0$,位移激励振幅 $A = 0.01\text{ m}$,求解时间 $t = 10\text{ s}$ 。由图 2a) 可知,ADINA 计算所得数值解与解析解吻合较好。

2) 给定共振频率附近 $f = 0.95f_0$,为避免大幅共振,将位移激励振幅调小为 $A = 0.000\,4\text{ m}$ 。由图 2b) 可知,尽管此次位移激励振幅仅为前一情况的 4%,但是由于共振效应,当 $t = 10\text{ s}$ 时,其晃荡波高幅值也达到了前者的幅值量级。

综上所述,由1)、2)比较可知,采用ADINA模型计算所得数值解与Faltinsen解析解吻合较好,说明本文ADINA模型有效。

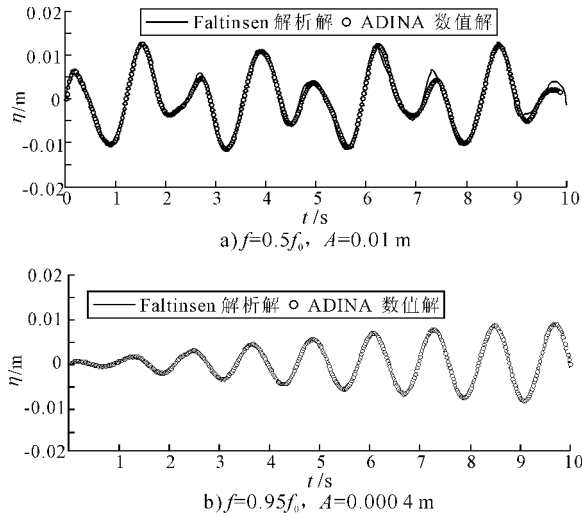


图2 $x=a$ 处自由液面波高历时曲线比较

3 弹性液舱内的液体晃动

3.1 二维弹性液舱模型

为了研究舱壁弹性对液舱内液体晃动的影响,将2.1二维刚性液舱的壁厚减小为3和5 mm(液舱模型其它参数不变),并且将结果与10 mm进行比较。

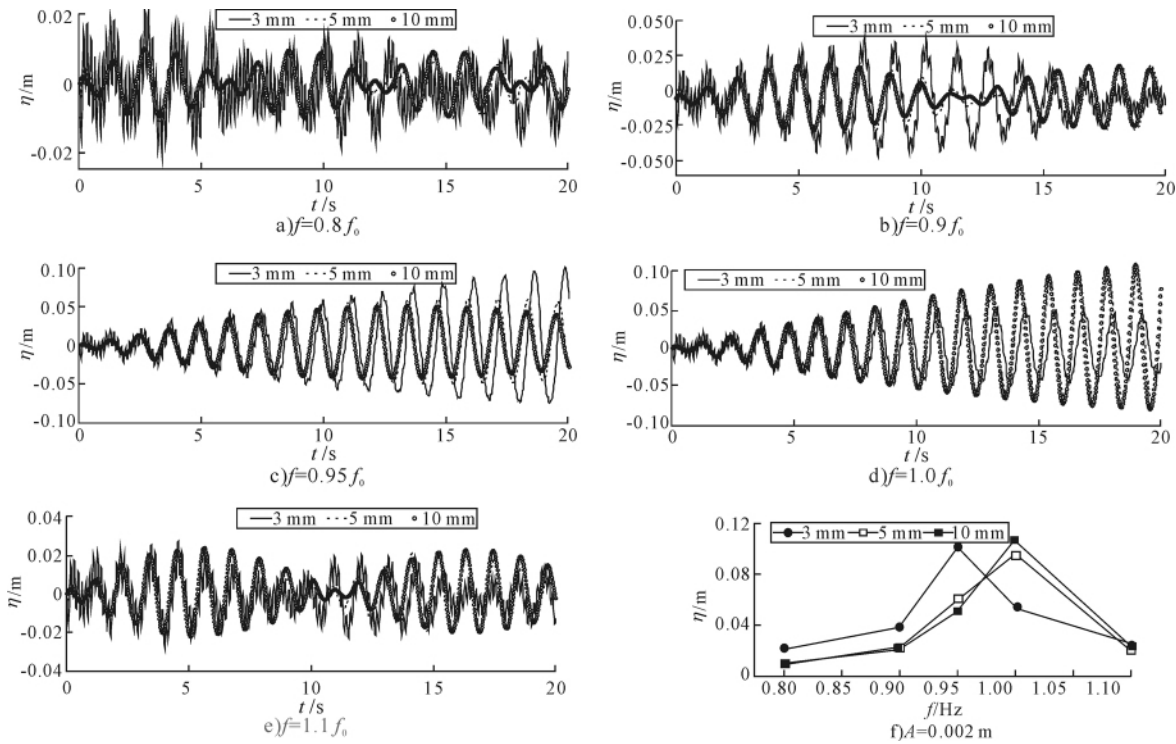


图3 $x=a$ 处自由液面波高历时曲线

3.2 液舱内液体晃动固有频率分析

与2.1分析方法一样,仍然采用ADINA计算该模型液体晃动的固有频率 f_n ,其中: $\Delta f_n = \frac{f_{10\text{ mm}} - f_{3\text{ mm}}}{f_{10\text{ mm}}}$ 结果见表2。

表2 不同模态下液体晃动固有频率

n (模态阶数)	f_n/Hz			Δf_n /%
	10 mm	5 mm	3 mm	
0	0.845 678	0.841 84	0.824 76	2.47
1	1.246 700	1.245 67	1.241 61	0.41
2	1.529 960	1.527 57	1.514 67	1.00
3	1.767 310	1.766 78	1.764 66	0.15
4	1.976 660	1.975 05	1.95 948	0.87
5	2.166 320	2.165 99	2.164 65	0.08
6	2.341 150	2.339 92	2.273 33	2.90
7	2.504 350	2.504 12	2.389 58	4.58
8	2.658 120	2.657 04	2.503 16	5.83
9	2.804 110	2.803 94	2.664 96	4.96

3.3 弹性液舱内晃动液体的自由液面运动

在位移激励振幅 $A=0.002\text{ m}$ 的情况下,给定5个不同的激励频率,分析弹性液舱内不同结构刚度、不同激励频率下晃动液体的自由液面运动情况。频率分布为: $f=0.80f_0$; $f=0.90f_0$; $f=0.95f_0$; $f=1.00f_0$; $f=1.10f_0$,所对应的自由液面的波高历时曲线见图3。

由图3可以看出,结构壁厚为 $\delta = 3 \text{ mm}$ 时,液体自由液面波高曲线图中毛刺较多。这是由于液舱舱壁结构为弹性且弹性较大,在晃荡过程中与液体有强烈的流固耦合作用,由于流体对舱壁的冲击压力,弹性舱壁产生了变形,影响了自由液面的波动。随着舱壁刚度的提高,自由液面波高曲线图中的毛刺情况有所好转。这是由于结构刚度提高,舱壁变形较小,对自由液面影响较小。

另外发现,在共振频率附近($f = 0.95f_0$ 、 $f = 1.00f_0$),自由液面波高曲线的毛刺较小,结构的弹性对晃荡液体的波动影响较小;而其它非共振频率时自由液面波高曲线的毛刺较多,结构的弹性对晃荡液体的波动影响较大。

从图3b)可以看出,结构壁厚 $\delta = 10 \text{ mm}$ 时晃荡液体的自由液面波高历时曲线的包络图周期 $T = 11.82 \text{ s}$,与文献[7]给出的纵荡激励下二维矩形刚性液舱内包络图计算周期 $\Delta T = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{2\pi}{|\omega - \omega_0|} = \frac{2\pi}{|f - f_0| \times 2\pi} = \frac{1}{0.2f_0} = 11.82 \text{ s}$ 相符。其中 ω 为外界激励频率, ω_0 为液舱内晃荡液体的一阶固有频率。

当结构刚度逐渐降低时,液体自由液面波高曲线的包络图周期逐渐增大,且当结构弹性较大时,由于流固耦合的作用,舱壁的变形影响了液舱内液体的晃荡,自由液面的波高曲线图的包络图周期已不再满足 $\Delta T = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$,而是外界激励频率、液体的固有频率、流固耦合作用三方共同影响液舱内的液体运动。

图3f)为位移激励振幅为 $A = 0.002 \text{ m}$ 下3个不同刚度、5个不同频率下液舱内晃荡液体的自由液面波高曲线的最大值。可以看出,由于流固耦合作用,弹性液舱内液体的一阶固有频率要小于刚性液舱内液体的一阶固有频率,与表2采用ADINA计算所得的晃荡液体的固有频率的比较结果一致。因此,晃荡液体的共振频率已不能按照刚性液舱内的频率来计算,在结构设计时应给予足够重视。

4 结论

1) 通过与解析解的比较,基于有限元软件

ADINA建立的二维矩形液舱晃荡模型的数值模拟是有效的。

2) 弹性液舱内晃荡液体与舱壁有强烈的流固耦合作用,由于流体对舱壁的冲击压力,弹性舱壁产生了变形,影响了自由液面的波动情况;随着结构刚度的增大,影响逐渐减小。

3) 弹性液舱内晃荡液体的自由液面波高曲线图的包络图周期已不再满足 $\Delta T = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$,而是外界激励频率、液体的固有频率、流固耦合作用三方共同影响液舱内的液体运动。

4) 由于流固耦合作用的影响,弹性液舱内液体的一阶固有频率要小于刚性液舱内液体的一阶固有频率。

参考文献

- [1] LIU Dongming, LIN Pengzhi. A numerical study of three-dimensional liquid sloshing in tanks [J]. Journal of Computational Physics, 2008(227): 3921-3939.
- [2] AKYILDIZA H, UNAL E. Experimental investigation of pressure distribution on a rectangular tank due to the liquid sloshing [J]. Ocean Engineering, 2005(32): 1503-1516.
- [3] NASAR T, SANNASIRAJ S A. Experimental study of liquid sloshing dynamics in a barge carrying tank [J]. Fluid Dynamics Research, 2008(40): 427-458.
- [4] LEE DONG Y. Study on sloshing in cargo tanks including hydro elastic effects [J]. Journal of Marine Science and Technology, 1999(4): 27-34.
- [5] CHO J R, PARK S W, KIM H, et al. Hydroelastic analysis of insulation containment of LNG carrier by global-local approach [J]. International Journal For Numerical methods in engineering, 2008(76): 749-774.
- [6] ESWARAN M, SAHA U K, MAITY D. Effect of baffles on a partially filled cubic tank: Numerical simulation and experimental validation [J]. Computers & Structures, 2009(87): 198-205.
- [7] WU G X, MA Q W, TAYLOR R E. Numerical simulation of sloshing waves in a 3D tank based on a finite element method [J]. Applied Ocean Research, 1998(20): 337-355.

(下转第20页)

3 结论

1) 附加质量和辐射阻尼受水动力相互作用的影响不大,但是在波频为 0.8 rad/s 附近时会出现波动,很有可能是考虑水动力相互作用时的共振引起的。

2) 一阶波浪力中的绕射力受水动力相互作用影响显著。

3) 整体而言幅值响应算子 RAO 受水动力相互作用影响很小,对于旁靠系泊 FPSO 与穿梭油船之间的水动力相互作用可以不予考虑。

4) 平均二阶波浪漂移力在高频段受水动力相互作用影响显著,而在低频段几乎不受影响。

5) 随着 FPSO 与穿梭油船相对距离的小范围变化,水动力相互作用的影响并没有太大的差别。

6) 由于本文研究的旁靠系泊油船的作业水深为 100 m ,所以并没有讨论浅水效应的问题,对于该问题的研究有待于今后进一步开展。

参考文献

- [1] INOUE Y, ISLAM M R. Comparative study of numerical simulation and the experimental results for a parallelly connected FPSO and LNG in waves [C] // Proc. of the 9th ISOPE Conf, 1999: 360-367.
- [2] BUCHNER B, VAN DIJK A, DE WILDE J. Numerical multiple-body simulation of side-by-side mooring to an FPSO [C] // Proc. of the ISOPE Conf 2001: 343-353.
- [3] HUIJSMANS R H M, PINKSTER J A, DE WILDE J. Diffraction and radiation of waves around side-by-side moored vessels [C] // Proc. of the ISOPE Conf, 2001: 406-412.
- [4] KASHIWAGI M, ENDO K, YAMAGUCHI H. Wave drift force and moments on two ships arranged side by side in waves [J]. Ocean Engineering 2005, 32(5-6): 529-555.
- [5] AQWA SUPPORT MANAGER. AQWA-LINE MANUAL [S]. Century Dynamics Limited, 2006.

Analysis of Hydrodynamic Interaction Between Side-by-Side Moored Tankers

FU Qiang¹, WANG Hong-wei², XIE De¹

(1 School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China; 2 Deepwater Engineering Research Center, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: A series of calculations were carried out to investigate the hydrodynamic loads and responses of FPSO and shuttle tanker moored in side-by-side, in which the steady wave drift force was calculated based on the near field. Because of the shielding effect, it was found that the diffraction force on the shuttle tanker is significantly affected by the hydrodynamic interaction, and the steady wave drift force in the high wave frequencies has the same regular as the diffraction force. However the steady wave drift force in the low wave frequencies is slightly affected by the hydrodynamic interaction, the added mass, radiation damping, and vessel's RAOS are only affected marginally. In addition, the effect of the hydrodynamic interaction does not change greatly as the relative distance between the FPSO and shuttle tanker increases.

Key words: shuttle tanker; FPSO; side-by-side; hydrodynamic interaction; shielding effect

(上接第15页)

Numerical Simulation of Liquid Sloshing in a 2-D Rectangular Elastic Tank

ZHANG Qiu-yan, REN Bing, JIANG Mei-rong

(State Key laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024, China)

Abstract: The ADINA numerical model and numerical methods was discussed. The numerical model was validated by comparison with the analytical solution for 2-D liquid sloshing in a rigid tank. Through the numerical simulation, sloshing characteristics in a 2-D rectangular elastic tank were analyzed, the influence of different stiffness and excitation frequencies on the liquid sloshing were discussed.

Key words: sloshing; fluid-structure interaction; elastic tank; ADINA